## *Проблемы логики и методологии науки*

УДК 160.1
DOI:
10.15372/PS20180203

**В.В. Целищев, А.О Костяков.**

# КОМБИНАТОРНЫЙ АНАЛОГ ФОРМАЛЬНЫХ СИСТЕМ СО ВСТРОЕННОЙ НЕПРОТИВОРЕЧИВОСТЬЮ*

В статье рассматривается представление формальных систем, основанное на дистрибутивной нормальной форме логики первого порядка. Показано, что в таких системах в зависимости от глубины разложения дистрибутивной нормальной формы непротиворечивость может быть продемонстрирована комбинаторным образом средствами самой системы, что делает ее системой со «встроенной» непротиворечивостью. Проводится аналогия с формальными системами элементарной арифметики, в которых не соблюдается вторая теорема Геделя о неполноте. Сделано сопоставление комбинаторных синтаксических методов демонстрации непротиворечивости формальной системы и метатеоретических доказательств непротиворечивости.

***Ключевые слова***: комбинаторика; непротиворечивость; дистрибутивная нормальная форма; конституента; разрешимость; вторая теорема Геделя о неполноте

**V.V. Tselishchev, A.O. Kostyakov**

# A COMBINATORIAL ANALOG OF FORMAL SYSTEMS WITH BUILT-IN CONSISTENCY

The article deals with the representation of formal systems on the base of the distributive normal form of first-order logic. We show that in such systems, according to the depth of decomposition of the distributive normal form, one may demonstrate consistency combinatorially by means of the system itself which makes it a system with a «built-in» consistency. We draw an analogy with elementary arithmetic formal systems where the Gödel’s Second Incompleteness Theorem is not true. We compare combinatorial syntactic

* Исследования, нашедшие отражение в данной статье, поддержаны Российским научным фондом (грант 16-18-10359).

methods of demonstrating the consistency of a formal system and metatheoretical evidence of consistency.

***Keywords*:** combinatorics; consistency; distributive normal form; constituent; solvability; Gödel's Second Incompleteness Theorem

Комбинаторное представление понятия непротиворечивости соотносится с понятием «встроенной» непротиворечивости, поскольку непротиворечивость утверждения доказывается в рамках самого исчисления. Для дистрибутивных нормальных форм (ДНФ) Я. Хинтикка доказал теорему полноты, так что они как исчисление могут считаться логикой первого порядка. Однако комбинаторный характер дистрибутивных нормальных форм радикально меняет эпистемологические аспекты логической структуры [4]. Любое логическое утверждение описывает некоторое состояние дел, и непротиворечивость такого описания гарантируется непротиворечивостью логики. Здесь мы имеем фактически два понятия непротиворечивости: с одной стороны, неформальное понятие, связанное с тем, что утверждение не должно быть ложным, и, с другой стороны, экспликацию этого понятия средствами формальной системы.

Такая же двойственность присуща ситуации с доказательством второй теоремы Геделя, где интуитивно понятное требование непротиворечивости в математическом дискурсе формализуется в виде Con. Наличие альтернативных формальных экспликаций понятия непротиворечивости, например, у Россера или Мостовского, свидетельствует о необходимости различения непротиворечивости формальной и непротиворечивости интуитивной [1]. в случае второй теоремы Геделя речь идет об исчислениях, «надстроенных» над логикой первого порядка, скажем об арифметике Пеано, т.е. о достаточно сильных в их выразительных возможностях формальных системах. Возникает вопрос: прослеживается ли упомянутое выше различение двух понятий непротиворечивости на уровне менее сильных формальных систем, скажем той же самой логики первого порядка?

Традиционный, или стандартный, вид логики первого порядка не дает ответа на этот вполне законный вопрос. Точнее, этот вопрос вообще не имеет смысла, поскольку полнота гарантирует, что каждое доказуемое утверждение является истинным и, стало быть, система доказуемых утверждений непротиворечива в обоих смыслах. Трудно представить себе, как можно отличить понимание непротиворечивости как системы истинных утверждений от понимания непротиворечивости, сформулированной на синтаксическом уровне. Различение Геделем истинности и доказуемости в его теореме полноты было вполне ожидаемо на неформальном уровне именно благодаря отсутствию различия двух понятий непротиворечивости. Как оказалось, несмотря на естественность теоремы полноты, уточнение понятия непротиворечивости впоследствии оказалось чрезвычайно важным.

В этом смысле естественным было бы ожидать схватывания различения понятий непротиворечивости на более раннем уровне, нежели достаточно богатые формальные системы. В конечном счете выразительная сила таких систем характеризуется феноменом неполноты, решающим условием которой является категория непротиворечивости. Другими словами, в некотором смысле непротиворечивость представляет собой более базисное понятие, которое должно формулироваться на более ранних этапах формализации. По сути своей формализация подобного рода является синтаксическим языковым средством. Синтаксис в своей предельной форме должен быть чисто комбинаторным предприятием. Это означает, что понятие непротиворечивости должно быть сформулировано чисто комбинаторно. Обычный вариант логики первого порядка подразумевает слишком богатые средства языка, которые невозможно представить в комбинаторной форме. Для нахождения «протонепротиворечивости», или «встроенной» непротиворечивости, следует пойти на некоторые ограничения формальной системы, скажем на ограничение языковых средств, требуя в то же время полного описания всех возможных положений дел.

Основой для подобного рода взглядов является эвристическая аналогия между доказательством второй теоремы Геделя о неполноте и доказательством непротиворечивости логических систем первого порядка, лежащих в основе достаточно элементарных теорий. Относительно недавние дискуссии о неконвенциональных формальных системах, в которых вторая теорема не выполняется, показывают, что причиной этого обстоятельства является то, что понятие непротиворечивости может иметь различные формальные представления. Доказательство Геделя, согласно которому в достаточно богатой формальной системе арифметики непротиворечивость системы не может быть доказана в рамках самой этой системы, связано лишь с одним из таких формальных представлений, что, в свою очередь, предполагает условия выводимости Гильберта – Бернайса.

Среди других представлений есть такие, которые не удовлетворяют этим условиям и в этом смысле являются «монстрами» в смысле И. Лакатоса. Формальные системы, включающие таких монстров, обладают собственными средствами доказательства своей непротиворечивости, и в этом случае мы имеем системы со встроенной непротиворечивостью. Среди таких систем особый интерес представляют дистрибутивные нормальные формы логики первого порядка, введенные Г. фон Вригтом для пропозиционального исчисления [9, p. 1–35] и распространенные Я. Хинтиккой на кванторную логику [3].

Другими словами, в случае комбинаторного представления формальной системы мы имеем определение непротиворечивости, аналогичное «неканоническому» определению этого понятия в случае второй теоремы Геделя о неполноте. Именно это обстоятельство придает ценность рассмотрению дистрибутивных нормальных форм.

Дистрибутивные нормальные формы логики первого порядка до сих пор не оценены в достаточной степени. Метатеоретические исследования в основном доминируются предваренными нормальными формами, в частности сколемовскими нормальными формами. Однако в случае представления формальной системы в дистрибутивной нормальной форме мы также имеем возможность доказательства непротиворечивости внутри самой системы. Поскольку ДНФ является синтаксической системой, эта непротиворечивость доказывается чисто комбинаторно, с использованием конструктивных процедур.

Таким образом, есть аналогия между системами, в которых не выполняется вторая теорема Геделя и непротиворечивость системы может быть доказана внутри самой системы, и системами в дистрибутивной нормальной форме, в которых непротиворечивость доказывается также внутри системы. В этом смысле такие системы могут рассматриваться как системы со «встроенной» непротиворечивостью. Следует сразу оговориться, что ситуация сложнее, чем дихотомия доказательства непротиворечивости внутри и вне системы, потому что речь идет о двух видах непротиворечивости.

Для понимания того, почему формальная система в дистрибутивной нормальной форме может считаться системой со «встроенной» непротиворечивостью, следует рассмотреть структуру такого представления. Каждая непротиворечивая формула $P$ пропозициональной логики имеет совершенную дизъюнктивную нормальную форму, представляющую собой дизъюнкцию определенных конъюнкций, называемых конституентами. Пусть в формулу *P* входят атомарные формулы $p_1$, $p_2$, …, $p_k$. Тогда конституента в нормальной форме содержит для каждого $i$ = 1, 2, …, $k$ либо утверждение формулы $p_i$ (+$p$), либо его отрицание (-$p$), но не оба вместе, в качестве своей составляющей части. Произвольная конституента представляет собой конъюнкцию самых различных сочетаний утверждений и отрицаний атомарных формул. Таким образом, общий вид конституенты –

$$\prod_{i=1}^{k} p_{\mathrm{i}}.$$

До сих пор предполагалось, что конъюнкции такого рола логически независимы. При переходе к кванторной логике появляется огромное число конъюнкций, которые являются следствием других конъюнкций. В кванторной логике конституента принимает вид

$$\prod_{i=1}^{i=k} P_i x\ ,$$

где $P_i$ – свойство индивида $x$. Таких сложных предикатов из $k$ одноместных предикатов можно построить $2^k$.

Относительно каждого из сложных предикатов можно утверждать существование индивида, обладающего этим предикатом, либо отрицать существование такого индивида, или же

$$\mp(\exists \mathrm{x}) \prod_{i=1}^{i=k} P_i x\ .$$

Ясно, что таких утверждений может быть

$$\prod_{j=1}^{j=2^k} \quad (\exists \mathrm{x}) \prod_{i=1}^{i=k} P_i x$$

Обозначим части данного выражения, которые утверждают существование индивидов, через $C_i(x)$. В этом случае выражение последняя формула может быть переписано в следующей форме:

$$(\exists x)C_1(x)\ \&\ (\exists x)C_2(x)\ \&\ \ldots\ \ldots\&\ (\exists x)C_i(x)\ \&\ \ldots\ \ldots(\exists x)C_n(x)\ \&$$
$$\&\ (\forall x)\ [C_1(x) \vee C_2(x) \vee\ldots\ \ldots \vee C_i(x) \vee\ldots\ \ldots \vee C_n(x)],$$

где $C_i(x)$ ($i$ = 1, 2, …, $n$) есть некоторое подмножество указанного множества предикатов.

В более общем виде такое представление имеет вид

$$\underset{j=1}{R}\,(\exists x)\prod_{i=1}^{i=k} P_i x \;\&\; \underset{j=1}{S}\,(\forall x)\prod_{i=1}^{i=k} P_i x\,,$$

где $R$ – конъюнкция всех неотрицательных членов конъюнкции $\prod_{i=1}^{i=k} P_i x$ ; $\underset{j=1}{S}$ – дизъюнкция тех же формул.

Каждая из таких конституент описывает некоторое возможное состояние дел конечными ресурсами языка. Такие ресурсы характеризуются тремя параметрами: числом предикатов, из которых строятся сложные предикаты, множеством свободных индивидных символов и максимальным числом вложенных кванторов. Последний параметр характеризует число индивидов, требуемых для описания состояния дел.

Особенностью ДНФ является варьирование параметра глубины формулы, что интерпретируется как варьирование числа описываемых индивидов. Однако кардинальное свойство конституент проявляется в учете отношений между индивидами, т.е. с переходом к двухместным и с большим числом мест предикатам. Если одноместный предикат заменяется двухместным предикатом $P(x, y)$, мы должны получить более сложное выражение для соответствующей конституенты. Удивительным открытием Я. Хинтикки явилась «фрактальная» структура порождения конституент при переходе к многоместным предикатам. В исходной формуле

$$(\exists x)C_1(x) \;\&\; (\exists x)C_2(x) \;\&\; \ldots\ \ldots \&\; (\exists x)C_i(x) \;\&\; \ldots\ \ldots (\exists x)C_n(x) \;\&$$
$$\&\; (\forall x)\,[C_1(x) \vee C_2(x) \vee \ldots\ \ldots \vee C_i(x) \vee \ldots\ \ldots \vee C_n(x)]$$

каждая из $C_i$ принимает вид

$$(\exists y)C'_1(x, y) \;\&\; (\exists y)C'_2(x, y) \;\&\; \ldots\ \ldots \&\; (\exists y)C'_i(x, y) \;\&\; \ldots\ \ldots (\exists x)C'_n(x, y) \;\&$$
$$\&\; (\forall y)\,[C'_1(x, y) \vee C'_2(x, y) \vee \ldots\ \ldots \vee C_{i'}(x, y) \vee \ldots\ \ldots \vee C'_n(x, y)] \;\&\; \Pi^{i=r}_{i=1} P_{\mathrm{i}}\,(x, x)$$

А каждая $C'(x, y)$ имеет вид

$$\Pi^{i=r}_{i=1} P_i\,(x, y) \;\&\; \Pi^{i=r}_{i=1} P_i(y, x) \;\&\; \Pi^{i=r}_{i=1} P_i(y, y).$$

Таким образом, увеличение глубины формулы, что соответствует включению в рассмотрение еще одного индивида, приводит к формуле, по своей структуре воспроизводящей исходную конституенту. В этом случае, ясно, что структура дистрибутивной нормальной формы представляет собой дерево. В конституенту глубины $d$ входят в качестве членов конъюнкции все конституенты глубины $d$-1; в конституенту глубины $d$-1 входят в качестве членов конъюнкции все конституенты глубины $d$-2, и т.д. Конечными узлами такого графа являются все конституенты глубины 0.

В качестве иллюстрации этого процесса рассмотрим процесс расширения выражения $(\exists z)\ Pzz$ глубины 1. Расширение выражения на дизъюнкцию конституент, соотвтствующее добавлению нового индивида, приводит к выражению глубины 2:

$$(\exists z)\ [P(z, z)\ \&\ (\exists y)\ (P(y, y)\ \&\ P(y, z)\ \&\ P(z, y))\ \&$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.$$
$$\&\ (\exists y)\ (\neg\ P(y, y)\ \&\ \neg\ P(y, z)\ \&\ \neg P(z, y)]\ \mathrm{V}$$
$$\mathrm{V}\ (\exists z)\ [P(z, z)\ \&\ \neg\exists(P(y, y)\ \&\ P(z, y))\ \&$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\&(\exists y)(\neg\ P(y, y)\ \&\ \neg\ P(y, z)\ \&\ \neg\ P(z, y)]\ \mathrm{V}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\mathrm{V}\ (\exists z)\ [P(z, z)\ \&\ \neg\ (\exists y)\ (P(y, y)\ \&\ P(y, z)\ \&\ P(z, y)\ \&$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..$$
$$\&\ \neg\ (\exists y)\ (\neg\ P(y, y)\ \&\ \neg\ P(y, z)\ \&\ \neg\ P(z, y)].$$

Каждый из полученных индивидов $z$, специфицированный с помощью индивида $y$, может «расщепляться» на несколько индивидов путем введения нового индивида $x$. Этот процесс расширения конституенты на дизъюнкцию конституент большей глубины имеет важное значение для определения противоречивых конституент.

Следует заметить, что дистрибутивные нормальные формы обладают огромной сложностью. Величина каждого дизъюнкта некоторой формулы определяется тремя параметрами: величиной множества всех предикатов, входящих в формулу, величиной множества всех свободных переменных и максимальной длиной последовательностей вложенных кванторов (глубина $d$). Для относительно простых формул логики первого порядка глубины 2 с одним двухместным предикатом существует $2^{512}$ дизъюнктов, где каждый дизъюнкт содержит 512 конъюнктов. Примером такой формулы может служить $(\exists x)(\exists y)Fxy$. Однако подлинную сложность придает расписывание дистрибутивной нормальной формы в глубину [7]. Одно лишь увеличение глубины на единицу приводит к $(2^2)$ в степени $1+2^{35}$! Однако важным обстоятельством является то, что огромное большинство этих конституент противоречивы. Этот факт чрезвычайно важен, хотя некоторые авторы проходят мимо него, полагая его несущественным [8]. Но для целей прояснения концепции «встроенной» непротиворечивости аппарат дистрибутивных нормальных форм является наиболее полезным в случае достаточно бедных формальных систем.

Возможность появления противоречивых конституент усматривается в том, что при комбинаторном представлении, рассмотрев все (гипотетически ввиду огромного числа) конституенты, мы могли бы иметь разрешающую процедуру: если формула имеет дистрибутивную нормальную форму, она выполнима; формула логически истинна, если и только если ее нормальная форма содержит все конституенты. Согласно теореме Черча логика первого порядка неразрешима. Объяснение такой неразрешимости в случае представления формул первопорядковой логики в дистрибутивной нормальной форме состоит в том, что в таком представлении присутствуют противоречивые конституенты. Разрешающая процедура состоит в устранении противоречивых конституент. В данном случае мы имеем пошаговые процедуры, в силу принципиальной неразрешимости никогда не достигающие устранения всех противоречивых конституент. Это обстоятельство проявляется в наличии двух видов противоречивости.

Механизм возникновения противоречивых конституент эвристически можно объяснить следующим образом. Рассмотрим две приведенные выше конституенты:

(а) $(\exists x)C_1(x)$ & $(\exists x)C_2(x)$ & … …& $(\exists x)C_i(x)$ & … …$(\exists x)C_n(x)$ &
& $(\forall x)$ $[C_1(x) \vee C_2(x) \vee\ldots\ \ldots \vee C_i(x) \vee\ldots\ \ldots \vee C_n(x)]$

и

(б) $(\exists y)C'_1(x, y)$ & $(\exists y)C'_2(x, y)$ & … …& $(\exists y)C'_i(x, y)$ & … $(\exists x)C'_n(x, y)$ &
& $(\forall y)$ $[C'_1(x, y) \vee C'_2(x, y) \vee\ldots\ \ldots \vee C_i(x, y) \vee\ldots\ \ldots \vee C'_n(x, y)]$ & $\Pi^{i=r}_{i=1}P_i(x, x)$.

Конституента (б) является частью конституенты (а), будучи выражением для некоторой $C_i(x)$ из (а). Можно считать, что (а) является первичным, или абсолютным перечнем некоторого числа индивидов с соответствующими свойствами в виде предикатов. Тогда (б) будет вторичным перечнем, или же перечнем индивидов относительно перечня индивидов перечня (а). Важнейшим обстоятельством является то, что оба перечня формируются из одного и того же универсума индивидов, фигурирующих в языке с помощью индивидных переменных. Это значит, что индивиды из абсолютного перечня входят в относительный перечень, а индивиды из относительного перечня входят в абсолютный перечень. Именно этот факт объясняет появление противоречивых конституент. Дело в том, что индивид из абсолютного перечня должен найти свое место в относительном перечне, т.е. спецификация такого индивида должна быть совместима с одной из спецификаций для индивидов относительного перечня. То же касается обратного порядка сопоставления индивидов. Но ввиду полного перечисления всех возможностей такое совпадение не является частым и по большей части мы фиксируем несовпадение подобного рода. Такое несовпадение и дает противоречивые конституенты. Поскольку предполагается, что некоторое предложение описывает определенное положение дел, то противоречивые конституенты не вносят никакого вклада в такое описание и для получения подлинно информативной конституенты все ее противоречивые составляющие должны быть вычеркнуты. При определенной глубине $d$ такое вычеркивание является эффективным процессом.

Этот процесс состоит в применении ряда критериев [5]. Например, один из критериев основан на сопоставлении абсолютного и относительного перечней. Расширение конституенты до большей глубины представляет собой дизъюнкцию конституент большей глубины. Конституента $C^{d-1}$ (глубины $d$-1 ) описывает все индивиды, описываемые конституентой $C^d$. Поэтому результат опускания квантора в $C^{d-1}$ равносилен опусканию кванторов во всех конституентах $C^d$ при условии, что последняя является непротиворечивой. Критерий заключается в следующем: конституента непротиворечива, если результаты опускания двух различных слоев кванторов в конституенте оказываются нотационными вариантами друг друга.

Иллюстрацией этого процесса могут служить две процедуры опускания кванторов и сопоставление результатов. Пусть имеем конституенту

$$Pzz \ \&$$
$$\&(\exists x)\ [(Pxx \ \& \ Pxz \ \& \ Pzx \ \&$$
$$\& \ (\exists y)\ (Pyy \ \& \ Pyx \ \& \ Pxy \ \& \ Pyz \ \& \ Pzy) \ \&$$
$$\& \ (\forall y)\ (Pyy \ \& \ Pyx \ \& \ Pxy \ \& \ Pyz \ \& \ Pzy] \ \&$$
$$\& \ (\exists x)\ [(Pxx \ \& \ Pxz \ \& \ Pzx \ \&$$
$$\& \ (\exists y)\ (Pyy \ \& \ Pyx \ \& \ Pxy \ \& \ Pyz \ \& \ \neg Pzy) \ \&$$
$$\& \ (\forall y)\ (Pyy \ \& \ Pyx \ \& \ Pxy \ \& \ Pyz \ \& \ \neg Pzy)] \ \&$$
$$\& \ (\forall x)\ (C^{(1)}{}_1 \vee C^{(1)}{}_2).$$

Опуская слой кванторов $(\exists x)$, получаем

$$Pzz \ \&$$
$$\& \ (\exists y)\ (Pyy \ \& \ Pyz \ \& \ Pzy) \ \&$$
$$\& \ (\forall y)\ (Pyy \ \& \ Pyz \ \& \ Pzy] \ \&$$
$$\& \ (\exists y)\ (Pyy \ \& \ Pyz \ \& \ \neg Pzy) \ \&$$
$$\& \ (\forall y)\ (Pyy \ \& \ Pyz \ \& \ \neg Pzy)]$$

Опуская слой кванторов $(\exists y)$, получаем

$$Pzz \ \&$$
$$\&(\exists x)\ [(Pxx \ \& \ Pxz \ \& \ Pzx \ \&$$
$$\& \ (\exists x)\ [(Pxx \ \& \ Pxz \ \& \ Pzx] \ \&$$
$$\& \ (\forall x)\ (C^{(1)}{}_1 \vee C^{(1)}{}_2)$$

Как видно, оба полученных выражения не являются нотационными вариантами друг друга, и поэтому рассматриваемая конституента тривиально противоречива.

Итак, при вычеркивании всех противоречивых конституент мы имеем непротиворечивое утверждение в дистрибутивной нормальной форме. Доказательство непротиворечивости при комбинаторном представлении состоит в демонстрации непротиворечивых конституент. В этом смысле непротиворечивость является буквально «встроенной» в исчисление. Проблематичность, однако, состоит в слове «все». Дело в том, что, как указано выше, в силу неразрешимости логики первого порядка мы не можем обнаружить «все» противоречивые конституенты. Неразрешимость тут сказывается в том, что для этого нам бы потребовалось завершить процесс вычеркивания противоречивых конституент на некотором уровне *d* разложения конституент утверждения. Однако нам неизвестно, каково это *d*. Поэтому приходится ограничиваться фиксацией некоторого d, при котором мы считаем утверждение непротиворечивым. Это и есть так называемая тривиальная непротиворечивость, которая «встроена» в исчисление.

Однако может случиться так, что при дальнейшем разложении непротиворечивой конституенты глубины *d* до глубины *d*+*e*, окажется, что конституента уже этой глубины противоречива. Так что для конституенты глубины *d* это будет нетривиальной непротиворечивостью. Тогда не будет демонстрации непротиворечивости и, значит, встроенной непротиворечивости.

Таким образом, концепция «встроенной» непротиворечивости является относительной для случая представления формул в дистрибутивной нормальной форме. Эта форма исчисления тогда обладает непротиворечивостью, статус которой колеблется между «встроенной» и «внешней». Вторая теорема Геделя о неполноте справедлива для систем с «внешней» непротиворечивостью, в то время как для систем с «неканонической» формализацией концепции непротиворечивости («встроенная» непротиворечивость) эта теорема не соблюдается.

При установлении аналогии между арифметическими формальными системами, в которых доказывается неполнота, и более элементарными системами, для которых доказана полнота (логики первого порядка), лежит представление последней в дистрибутивной нормальной форме. Данная форма является комбинаторным представлением, и промежуточное состояние этого представления в отношении непротиворечивости («внешняя» vs. «встроенная») говорит о важной специфике комбинаторного представления знания.

Основное препятствие к использованию дистрибутивных нормальных форм состоит в их комбинаторной сложности. В этом случае естественным было бы прибегнуть к метатеоретическим соображениям, минимизирующим сложность формул [6]. Однако с точки зрения анализа таких понятий, как непротиворечивость, даже идеализированный вариант полного комбинаторного представления имеет свои преимущества. Например, при этом не игнорируется вопрос о природе противоречивых конституент, решение которого определяется более общими соображениями о том, в какой степени их устранение не влияет на информационное содержание утверждения в дистрибутивной нормальной форме [2]. В этом случае мы имеем еще один пример интенсиональности логико-математического контекста, возникающей при переводе понятий обыденного математического дискурса в формальное представление.

## Литература

1. *Целищев В.В.* Интенсиональность Второй Теоремы Геделя о неполноте // Вестник Томского государственного университета. Сер.: Философия. Социология. Политология. – 2017. – №. 40. – С. 98–111.

2. *Целищев В.В.* Философские проблемы семантики возможных миров. – М.: URSS, 2010. – 200 с.

3. *Hintikka J.* Are logical truth tautologies? // Hintikka J. Logic, Language Games, and Information: Kantian Themes in the Philosophy of Logic. – Oxford: Clarendon Press, 1973. – P. 150–173.

4. *Hintikka J.* Distributive normal forms in the calculus of predicates // Acta Philosophica Fennica. – 1953. – No. 6.

5. *Hintikka J.* Information, deduction, and the “a priori”: Appendix // Hintikka J. Logic, Language Games, and Information: Kantian Themes in the Philosophy of Logic. – Oxford: Clarendon Press, 1973. – P. 222–241.

6. *Lampert T.* Minimizing disjunctive normal forms of pure first-order logic // Logic Journal of the IGPL. – 2017. – Vol. 25, No 3. – P. 325–347.

7. *Nelte K.* Formulas of First-Order Logic in Distributive Normal Form. Cape Town: University of Cape Town, 1997.

8. *Poggiolesi F.* Are the validities of modal logic analytic? Or analyticity again, through information, proof, modal logic and Hintikka // Philosophia Scientiae. – 2015. – No. 19-2. P. 221–243.

9. *Wright G.H., von.* Form and Content in Logic. – Cambridge: Cambridge University Press, 1949.

## References

1. *Tselishchev, V.V.* (2017). Intensionalnost vtoroy teoremy Gedelya o nepolnote [Intensionality of Godel’s Second Incompleteness Theorem]. Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Ser.: Filosofiya. Sotsiologiya. Politologiya [Bulletin of Tomsk State University. Series: Philosophy. Sociology. Politology], 40, 98– 111.

2. *Tselishchev, V.V.* (2010). Filosofskie problemy semantiki vozmozhnykh mirov [Philosophical Problems of Possible-Worlds Semantics]. Moscow, URSS Publ., 200.

3. *Hintikka, J.* (1973). Are logical truth tautologies? In: Hintikka, J. Logic, Language Games, and Information: Kantian Themes in the Philosophy of Logic. Oxford, Clarendon Press, 150–173.

4. *Hintikka, J.* (1953). Distributive normal forms in the calculus of predicates. Acta Philosophica Fennica, 6.

5. *Hintikka, J.* (1973). Information, deduction, and the «a priori». Appendix. In: Hintikka, J. Logic, Language Games, and Information: Kantian Themes in the Philosophy of Logic. Oxford, Clarendon Press, 222–241.

6. *Lampert, T.* (2017). Minimizing disjunctive normal forms of pure first-order logic. Logic Journal of the IGPL, Vol. 25, No. 3, 325–347.

7. *Nelte, K.* (1997). Formulas of First-Order Logic in Distributive Normal Form. Cape Town, University of Cape Town.

8. *Poggiolesi, F.* (2015). Are the validities of modal logic analytic? Or analyticity again, through information, proof, modal logic and Hintikka. Philosophia Scientiae, 19-2, 221–243.

9. *Wright, G.H.v.* (1949). Form and Content in Logic. Cambridge, Cambridge University Press.

**Информация об авторах**

*Целищев Виталий Валентинович* – доктор философских наук, профессор, кафедра гносеологии и истории философии Новосибирского национального исследовательского государственного университета (630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2); научный руководитель Института философии и права СО РАН (630090, Новосибирск, ул. Николаева, 8, e-mail:leitval@gmail.com).

*Костяков Артем Олегович*, студент магистратуры Новосибирского государственного университета, Новосибирск 630090, ул. Пирогова 1.

**Information about the authors**

*Tselishchev Vitaliy Valentinovich* – Doctor of Sciences (Philosophy), Professor, the Department of Gnoseology and History of Philosophy at Novosibirsk National Research State University (2, Pirogov st., Novosibirsk, 630090, Russia); Scientific Director at the Institute of Philosophy and Law, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (8, Nikolaev st., Novosibirsk, 630090, Russia, e-mail: leitval@gmail.com).

*Kostyakov Artem Olegovich* – Undergraduate Student at Novosibirsk National Research State University (1, Pirogov st., Novosibirsk, 630090, Russia)

Дата поступления 18.03.2018