УДК 51-7:[167+159.961]
DOI:
10.15372/PS20160408

В.Е. Осипов

К ВОПРОСУ О СТАТИСТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ УСЛОВИЙ И РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ Д.Б. РАЙНА

В статье рассматривается вопрос о корректности выбора Д.Б. Райном статистического критерия в связи с качеством формирования тестовых последовательностей и с процедурами тестирования. Проведены: теоретическое исследование способов формирования тестовых последовательностей и статистический анализ конкретных тестовых последовательностей, взятых из протокола эксперимента 1934 года. Рассмотрены три способа формирования тестовых последовательностей: 1) способ, основанный на урновой модели с возвратом, 2) способ, основанный на урновой модели без возврата, 3) способ, примененный Райном. Найдено, что райновский способ формирования тестовых последовательностей обеспечивает независимые испытания по извлечению карт, имеющие равномерное распределение вероятностей. Найдено, что вероятность случайного угадывания карт Зенера в тестовых последовательностях, формировавшихся в экспериментах Райна, зависит от вида процедуры тестирования. В статье исследуется и обсуждается работа Райна на предмет используемого там статистического критерия. Найдено, что применимость статистического критерия, выбранного Райном, зависит от вида процедуры тестирования.

Ключевые слова: статистический критерий, сериальный критерий Шахнесси, урновая модель, Райн, Боринг.

V.E. Osipov

THE QUESTION ABOUT THE STATISTICAL ANALYSIS OF THE CONDITIONS AND RESULTS OF J. B. RHINE'S EXPERIMENTS

The question of the correctness of the choice of the statistical test, which J. B. Rhine did, is discussed in the article, in connection with the formation of test sequences and with the test procedures. Theoretical study of ways of test sequences generation, and statistical analysis of concrete test sequences that is taken from the protocol of the experiment of 1934, are made. Three ways of test sequences generation: 1) the method based on urn model, random drawings with replacement, 2) the method based on urn model, random drawings without replacement, 3) the method applied by J. B. Rhine, was considered in the article. It is found that the J. B. Rhine's method provides the independent card extraction trials with uniform probability distribution. It is found that the probability of random guessing of Zener cards in the J. B. Rhine's experiments depends upon test procedures type (BT 5, BT 25, DT). J. B. Rhine's *Extrasensory perception* is examined and discussed with the object to statistical test use. It is found that the applicability of statistical test was chosen by J. B. Rhine, depends upon test procedures type.

Keywords: statistical test, urn model, J.B.Rhine, P.W.Shaughnessy, DT Test, BT Test.

Эксперименты доктора биологии Джозефа Бэнкса Райна (J.B. Rhine), начатые в полной мере в 1930 году, представляли собой тесты на экстрасенсорное восприятие [Rhine, 1943]. Тестовым материалом служили колоды карт Зенера. На каждой карте изображен один из пяти символов: круг, прямоугольник, знак плюса, звезда, волнистые линии (○, □, +, ☆, ≈). В колоде было по пять карт каждого вида, итого 25 карт. В ходе экспериментов от испытуемого требовалось назвать, что изображено на каждой карте, которые демонстрировались лицевой стороной вниз. Было установлено несколько видов условий испытаний, но большая часть номенклатуры условий предполагала, что карты из перетасованной колоды берутся последовательно, начиная с верхней карты, предъявляются испытуемому для идентификации, и идентифицированные карты убираются (не возвращаются в колоду).

Райн пишет, что вероятность правильного ответа при угадывании $p = 1/5$, и из n попыток ожидается np правильных ответов. То есть, примерно пятую часть случайных ответов составляют правильные ответы. В ходе статистического анализа результатов экспериментов Райн на основании эмпирической частоты правильных ответов в выборке и теоретической частоты np, используя, фактически, двусторонний статистический критерий, сравнивал генеральное среднее эмпирического распределения с математическим ожиданием числа правильных ответов теоретического распределения.

Позже Райн подвергся многочисленной критике.

Среди позитивных оценок отметим следующее высказывание статистика Бертона Кампа[1] (Burton Camp), сделанное в 1937 году: «Исследования д-ра Райна имеют два аспекта: экспериментальный и статистический. Математики об экспериментальном аспекте, конечно же, ничего не могут сказать. Однако в статистическом аспекте последняя математическая работа установила тот факт, что если предположить, что эксперименты были выполнены надлежащим образом, то статистический анализ является по существу правильным (valid). И если исследование Райна должно быть подвергнуто справедливой критике, то это должно быть

[1] В 1938 году Бертон Камп занимал пост президента Института математической статистики (Institute of Mathematical Statistics).

сделано по другим основаниям, нежели математические» [Carter, 2007. С. 67–68].

Негативную оценку работе Райна дает, в частности, известный американский психолог Эдвин Боринг (Edwin Boring) [Боринг, 1970]. Однако критика Боринга выглядит довольно невнятной в отношении карт Зенера. Насколько мы можем понять, Боринг считает, что сравнение эмпирического распределения с теоретическим является некорректным для экспериментов Райна, поскольку условия эксперимента, якобы, не позволяют обеспечить на практике теоретическое (равномерное, с вероятностями $p_i = 0{,}2$) распределение вероятностей выпадения символов в картах Зенера (с тем, чтобы мы могли говорить о такой же вероятности угадывания); и поэтому, считает Боринг, корректно было бы сравнивать два эмпирических распределения: одно бы соответствовало ответам экстрасенса, а другое – ответам неэкстрасенса. В указанной работе Боринга мы не видим четких формулировок, проясняющих следующие два момента: 1) почему распределение вероятностей выпадения карт Зенера не является равномерным ($p_i = 1/5$); 2) почему из неравномерного распределения вероятностей выпадения карт Зенера следует, что вероятность правильного ответа при угадывании не равна 1/5.

Работы Е.С. Вентцель и Л. Закса увеличивают наше сомнение в правильности принятой Райном модели эксперимента, предполагающей, что вероятность угадывания в любой попытке всегда равна 1/5. Вентцель в работе [Вентцель, 1962. С. 58–60] обращает наше внимание на то, что биномиальное распределение предполагает *независимость* опытов, которая означает, что вероятность того или иного исхода каждого из опытов не зависит от того, какие исходы имели другие опыты; если же опыты являются зависимыми, то к ним применима не частная теорема о повторении опытов, говорящая о биномиальном распределении, а общая теорема. Закс пишет: «При конечной генеральной совокупности независимость достигается тогда, когда после каждого испытания вынутый элемент возвращается в генеральную совокупность, которая затем перемешивается, – *урновая модель с возвратом*. … Если при конечной генеральной совокупности элемент не возвращается после испытания – *урновая модель без возврата*, – то соотношение в оставшейся части непрерывно меняется. Каждое наблюдение в этом случае зависит от результатов предыдущих испытаний» [Закс, 1976. С. 54]. Вентцель: «Несколько последовательных выниманий карты из колоды представляют собой независимые опыты при условии, что вынутая карта каждый раз возвращается в колоду и карты перемешиваются; в противном случае это – зависимые опыты» [Вентцель, 1962. С. 58].

Но в опытах Райна, как было сказано выше, вынутые карты не возвращались в колоду. Значит ли это, что вероятность успешного угадывания не для любой попытки равна 1/5?

Рассмотрим подробнее схему райновского эксперимента с *базовой процедурой тестирования* (the BT test, “basic technique”)[2].

Эксперимент состоит из трех этапов:

1) *подготовка к тестированию:* осуществляется рандомизация тестового материала (колода тасуется), после чего колоду кладут на стол лицевой стороной вниз;
2) *процедура тестирования.* Испытуемый называет символ на верхней карте, либо пока она лежит на колоде [Rhine, 1943. С. xiv], либо когда экспериментатор берет карту и кладет в отведенное место [Rhine, 1974. С. 146]. Названный испытуемым символ фиксируют в протоколе, и карту удаляют (в другое отведенное место) лицевой стороной вниз. Затем переходят к идентификации следующей верхней карты и так далее. После каждой пятой идентификации (в тесте типа “BT 5”), либо после идентификации всей колоды (в тесте типа “BT 25”) процедуру идентификации приостанавливают (останавливают), переворачивают кучку идентифицированных карт, и символы на картах фиксируют в протоколе;
3) *статистическая обработка протоколов* после тестирования.

В отношении порядка извлечения карт к рассмотренной трехэтапной модели больше подходит термин «схема с очередью», поскольку карты извлекаются подряд. В дальнейшем мы так и будем называть данную модель.

Итак, в эксперименте Райна колоду сначала тасуют, а затем из нее подряд (а не в случайном порядке) извлекают карты без возвращения в колоду. Зададимся первым вопросом: «Для чего тасуют карты?». Ответ очевиден: «для того, чтобы расположить карты в случайном порядке».

---

[2] Далее мы будем исследовать на независимость два вида испытаний. Во-первых, это испытания по извлечению карт из колоды. Здесь независимость означает, что вероятность извлечь карту какого-либо вида не меняется от испытания к испытанию. Во-вторых, это испытания по угадыванию. Здесь независимость означает, что вероятность правильного ответа при угадывании не меняется от испытания к испытанию.

Иначе говоря, если мы в перетасованной колоде занумеруем карты последовательно сверху вниз, то полученная последовательность будет случайной; и не важно, извлекаются при этом карты из колоды или не извлекаются[3]. Факт физического извлечения карт из колоды не лишает занумерованную последовательность свойства случайности.

Вопрос второй: «какова вероятность появления символов в этой случайной последовательности?» Рассмотрим подробнее.

Пусть пространство равновозможных элементарных исходов Ω образовано множеством перестановок в полной колоде карт Зенера. Очевидно, что число элементов данного множества $|\Omega| = 25!$.

Событием O1 назовем множество элементарных исходов рандомизации, при которых первая конкретная карта с кругом будет находиться на первом месте в колоде. Число элементарных исходов, благоприятствующих событию O1, есть $|\text{O}1| = 24!$.

Полагая равновозможность элементарных исходов, из классического определения вероятности получаем вероятность события O1 как отношение числа исходов, благоприятствующих событию O1, к общему числу исходов[4]:

$$p\left(\text{O}1\right) = \frac{\left|\text{O}1\right|}{\left|\Omega\right|}.$$

Подставляя числа, получаем

$$p\left(\text{O}1\right) = \frac{24!}{25!} = \frac{1}{25}.$$

Очевидно также, что если положить, что O2, O3, O4, O5 есть события, при которых другие карты с кругом будут находиться на первом месте, то, во-первых, все эти события, включая O1, будут несовместными, а во-вторых, их вероятности равны:

$$p\left(\text{O}1\right) = p\left(\text{O}2\right) = p\left(\text{O}3\right) = p\left(\text{O}4\right) = p\left(\text{O}5\right).$$

---

[3] В тестах типа **DT** (“down thru”; “down through” the *unbroken* pack) в начале тестирования перед испытуемым клали перетасованную колоду карт, и он должен был называть карты последовательно, начиная с верхней и заканчивая нижней; и пока испытуемый не назовет все карты, колоду никто не трогал.

[4] *Чернова Н.И.* Теория вероятностей // URL: http://www.nsu.ru/mmf/tvims/chernova/tv/lec/lec.html. Дата обращения: 29.09.2015.

И тогда событие О, состоящее в том, что любая карта с кругом будет находиться на первом месте, будет иметь вероятность p (О) = 5 · p(О1). Подставляя числа, получаем p (О) = 5 · 1/25 = 1/5.

Очевидно также, что вероятность нахождения на первом месте карт с любым другим символом не отличается от только что полученной, поскольку в колоде находится по пять карт с каждым символом. То есть, распределение вероятностей состояний первого места в генеральной совокупности является равномерным.

Очевидно, что применительно и к остальным местам в генеральной совокупности справедливы изложенные выше выкладки и рассуждения. Значит, вероятности появления карт на любом месте в колоде подчиняются равномерному закону.

Так как элементы извлекаются из генеральной совокупности последовательно и без возвращения, то множество номеров мест в генеральной совокупности изоморфно множеству номеров испытаний. Следовательно, вероятности выпадений карт в любом испытании подчиняются равномерному закону. Иначе говоря, испытания по извлечению карт являются независимыми.

И тогда возникает вопрос: почему Вентцель и Закс «извлекают» карты из колоды без возвращения карт в колоду и получают зависимые опыты, а мы «извлекаем» также без возвращения и получаем независимые опыты?

Дело в том, что здесь две разные схемы.

Урновая модель без возврата, которую имеют в виду Закс и Вентцель, предполагает следующую схему. Из оставшейся части конечной генеральной совокупности извлекаются по одному случайно выбранные элементы. По мере извлечения элементов меняется соотношение видов элементов, поэтому опыты являются зависимыми. Последовательность формируется пошагово, динамически; на первом ее шаге (то есть, при извлечении первого элемента) неизвестно, каков будет второй и остальные элементы последовательности.

В схеме с очередью, с одной стороны, осуществляют однократную рандомизацию *на полном составе* генеральной совокупности, в результате чего элементы (карты) занимают определенные места в этой совокупности (в колоде). С другой стороны, определяют порядок извлечения – порядок мест в совокупности, с которых будут извлекаться элементы. Если порядок извлечения установлен, и рандомизация выполнена, то последовательность, куда входят все элементы совокупности, становится полностью сформированной и поэтому больше ни от чего не зависящей, – в том числе и от факта извлечения элементов из совокупности (если оно производится в установленном порядке). Иными словами, испытания являются независимыми.

Можно даже сказать, что с точки зрения теории вероятностей извлечение элементов из генеральной совокупности в схеме с очередью уже и не входит в опыт, поскольку сам процесс извлечения лишен элементов случайности; опыт начинается и заканчивается рандомизацией. Однако в дальнейшем мы все равно будем формально называть отдельные извлечения элементов опытами.

А теперь проверим качество рандомизации тестового материала в экспериментах Райна, чтобы убедиться в том, что последовательности являются случайными. Эмпирические данные мы возьмем из книги Райна и Пратта и исследуем их с помощью сериального критерия Шахнесси.

Сериальный критерий Шахнесси, описанный в работе [Кобзарь, 2006. С. 530–532], предполагает, что диапазон изменения случайной величины разбивается на несколько поддиапазонов, которые кодируются буквенными символами, после чего изучается последовательность этих символов. То есть, как мы понимаем, на предварительном этапе использования критерия Шахнесси (как и других сериальных критериев) происходит переход из интервальной шкалы или шкалы отношений в номинативную шкалу (с получением, как сказано, нескольких «сортов» элементов). Затем последовательность из элементов в номинативной шкале уже исследуют на случайность. Мы же с нашими картами Зенера уже находимся в номинативной шкале, и поэтому, применяя критерий Шахнесси, мы пропускаем предварительный этап.

В работе [Rhine, 1974. С. 142] приведено факсимильное изображение протокола эксперимента с таблицей, где указаны символы на выпавших картах и символы, названные испытуемым Пирсом (Hubert E. Pearce). Записи датированы 1934 годом и включают данные о шести последовательностях по 25 элементов. В кодовых обозначениях символов, указанных в протоколе, мы для удобства набора текста изменим код одного символа и получим следующие кодовые обозначения: символ «A» будет обозначать звезду; «L» – квадрат; «=» – волнистые линии; «O» – круг; «+» – крест. С учетом этого запишем первую последовательность, приведенную в указанном протоколе:

$$\underline{A},\ \underline{L, L},\ \underline{=},\ \underline{A},\ \underline{L, L},\ \underline{O, O, O},\ \underline{+},\ \underline{=},\ \underline{L},\ \underline{A, A},\ \underline{O},\ \underline{=, =},\ \underline{+, +},\ \underline{A},\ \underline{+},\ \underline{=},\ \underline{O},\ \underline{+}. \tag{1}$$

Здесь мы имеем $k = 5$ «сортов» элементов, объединенных в $n = 18$ серий[5] (одно подчеркивание – одна серия: 4 серии с элементами «A», 3 серии с элементами «L», 4 серии с элементами «=», 3 серии с элементами «O» и 4 серии с элементами «+»). Количества элементов: $n_1 = 5$ («A»), $n_2 = 5$ («L»), $n_3 = 5$ («=»), $n_4 = 5$ («O»), $n_5 = 5$ («+»). В таблице с критическими значениями N_α [Кобзарь, 2006. С. 532] находим строку с соответствующими входными пременными таблицы ($k = 5$, $n_1 = 5$, $n_2 = 5$, $n_3 = 5$, $n_4 = 5$, $n_5 = 5$), на выходе которой видно, что для доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$ критическое значение $N_\alpha = 17$. Критерий гласит, что если общее количество серий

$$n < N_\alpha,$$

то гипотеза случайности отклоняется с вероятностью α [Кобзарь, 2006. С. 530]. Но поскольку

$$n = 18 \geq N_\alpha = 17,$$

постольку гипотеза случайности не отклоняется при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$.

Остальные пять последовательностей, зафиксированные в указанном протоколе, имеют следующие общие числа серий: 20, 24, 22, 20, 24. И поскольку все эти числа также больше критического числа 17, постольку можно говорить, что и эти последовательности не отличаются от случайных при доверительной вероятности $\alpha = 0{,}95$.

Если экстраполировать результаты анализа данного протокола на остальные эксперименты, то можно сказать, что условия в экспериментах Райна в части подготовки тестового материала отвечают заявленным требованиям. А именно: тестовые последовательности являются случайными, и на месте любой по счету карты, извлекаемой из колоды карт Зенера по схеме с очередью, может с одинаковой вероятностью 1/5 оказаться карта любого вида. Иными словами, во всех испытаниях по схеме с очередью распределение вероятностей выпадения карт подчиняется равномерному закону.

---

[5] Здесь под серией мы понимаем частичную последовательность однотипных элементов, ограниченную с обеих сторон сериями из элементов другого типа (на границах последовательности – с одной стороны).

Далее, опираясь на последнюю вероятность, вычислим вероятность правильного ответа при угадывании карт, извлекаемых из колоды по схеме с очередью.

Рассмотрим три системы. Первая система, генерирующая информацию, осуществляет рандомизацию тестового материала и предлагает его для идентификации. Вторая система осуществляет идентификацию тестового материала и выдает сведения о результатах идентификации. Третья система – система передачи информации – объединяет две первых системы, причем, первая система находится на передающей стороне, а вторая система – на приемной стороне.

Существует два вида тестов экстрасенсорного восприятия: 1) тесты со свободными ответами (free-response), 2) тесты с принудительным выбором (forced-choice) ответов. Тесты в работе [Rhine, 1934] относятся ко второму виду. Поэтому будем считать, что множество символов, предлагаемых передающей стороной к идентификации (или множество состояний идентифицируемого объекта):

$$\mathbf{A} = \{a_1, a_2, \ldots, a_5\}$$

и множество допустимых ответов на приемной стороне:

$$\mathbf{B} = \{b_1, b_2, \ldots, b_5\}$$

совпадают:

$$\begin{gathered} a_1 = b_1 = \textit{круг}, \\ a_2 = b_2 = \textit{квадрат}, \\ a_3 = b_3 = \textit{звезда}, \\ a_4 = b_4 = \textit{крест}, \\ a_5 = b_5 = \textit{волнистые линии}. \end{gathered}$$

Тогда в процессе идентификации в объединенной системе возникают пары (a_i, b_j). Множество этих пар $\Omega = \{(a_i, b_j) | \, i = 1, \ldots, 5; j = 1, \ldots, 5\}$ образовано декартовым произведением множеств **A** и **B**. Количество элементов множества Ω равно 5^2.

Для сложной системы (см.: [Кривицкий, 1977. С. 74]), состоящей из системы, формирующей цели (карты), и системы, идентифицирующей эти цели, имеем:

$$p(a_i, b_j) = p(a_i) \cdot p(b_j | a_i),$$

где $p(a_i, b_j)$ – вероятность возникновения состояния (a_i, b_j) сложной системы; $p(a_i)$ – вероятность появления цели a_i; $p(b_j \mid a_i)$ – условная вероятность ответа b_j при условии, что появилась цель a_i.

Для независимых систем (см.: [Кривицкий, 1977. С. 74])

$$p(b_j \mid a_i) = p(b_j) \text{ и } p(a_i, b_j) = p(a_i) \cdot p(b_j) .$$

Независимость систем означает, что вероятность назвать конкретный символ не зависит от того, какой из символов предлагается для идентификации; другими словами это означает, что не происходит передача информации.

Поскольку мы проверяем гипотезу о том, что ответы даются случайно (нулевая гипотеза), а не благодаря получаемой информации, постольку мы предположим, что системы являются независимыми.

Событие, состоящее в том, что при угадывании дается правильный ответ, определяется множеством из пяти пар, где оба индекса принимают одинаковые значения, то есть – множеством

$$\mathbf{C} = \left\{ \left(a_i, b_j \right) \middle| i = j = 1, \ldots, 5 \right\}.$$

Вероятность правильного ответа при угадывании вычисляем как вероятность события **C** (события, состоящего в появлении пары из множества **C**). Эта вероятность равна

$$p\left(\mathbf{C}\right) = \sum_{i=1}^{5} p\left(a_i, b_i\right) = \sum_{i=1}^{5} p\left(a_i\right) \cdot p\left(b_i\right). \qquad (2)$$

Здесь возникает вопрос о видах распределений $p(a_i)$ и $p(b_i)$. Если хотя бы одно из них является равномерным, например,

$$p\left(a_i\right) = 1/5, \quad i = 1, \ldots, 5, \qquad (3)$$

то, подставляя (3) в (2), получаем вероятность угадывания

$$p\left(\mathbf{C}\right) = \sum_{i=1}^{5} \frac{1}{5} \cdot p\left(b_i\right) = \frac{1}{5} \cdot \sum_{i=1}^{5} p\left(b_i\right) = \frac{1}{5}.$$

Если предположить, что в ходе идентификации символы называются случайным образом, то имеются ли, например, какие-либо предпочтения в ответах (и тогда распределение будет иметь моду), или же случайное угадывание предполагает равномерное распределение ответов? Данный вопрос нужно увязывать с типами процедур, применяемых при тестировании.

Если при тестировании используются рассмотренные выше процедуры (или условия) типа «BT 25» и типа «DT», то для испытуемого нет никакой возможности скорректировать свои дальнейшие ответы по ходу тестирования. В данном случае мы воспользуемся руководством Е.В. Сидоренко, которая связывает со случайным угадыванием равное распределение вероятностей ответов [Сидоренко, 2007. С. 180]. Тогда, применительно к нашей ситуации, мы имеем следующее распределение вероятностей ответов при случайном угадывании:

$$p(b_i) = 1/5,\ i = 1, \ldots, 5, \tag{4}$$

и, подставляя (4) и доказанное выше соотношение (3) в (2), получаем вероятность угадывания

$$p(\mathbf{C}) = 1/5. \tag{5}$$

Таким образом, мы получаем значение вероятности правильного ответа при угадывании, совпадающее со значением, приведенным в работе [Rhine, 1934]. Отсюда мы имеем два следствия.

Первое. Если вероятность правильного ответа при угадывании $p(\mathbf{C})$ является, согласно (5), константой, то при фиксированном числе попыток n мы имеем *фиксированное* значение математического ожидания числа правильных ответов, которое и является теоретической частотой правильных ответов $f_T = n \cdot p(\mathbf{C})$. Иначе говоря, в этом случае Райн в ходе экспериментов вполне контролировал теоретическую частоту f_T. И тогда, это означает, что Эдвин Боринг необоснованно критикует Д.Б. Райна, и что Райн сделал *допустимый* выбор вида статистического критерия, в соответствии с которым, на основании теоретического значения частоты правильных ответов f_T и эмпирического значения частоты правильных ответов $f_{ЭМП}$ *сравнивают теоретическое распределение с эмпирическим*.

Второе. Формула (5) означает что опыты, состоящие в угадывании карт, извлекаемых по схеме с очередью, являются независимыми. Отсюда следует, что результаты опытов по угадыванию в схеме с очередью и при условиях BT 25 и DT подчиняются биномиальному распределению.

Если же тестирование осуществляется с использованием процедуры типа BT 5, то теоретически вполне возможно, что испытуемый сможет сознательно либо бессознательно запомнить, какие карты удалены из колоды, сделать вывод о том, какие остались, а затем сознательно или бессознательно будет корректировать свои ответы. Предположим, что в колоде осталось пять карт последовательности (1):

$$«A», «+», «=», «O», «+», \qquad (6)$$

и испытуемый точно знает состав этой оставшейся кучки карт, но не знает их расположения. В данной ситуации формулы (3), (4) теряют силу по следующим причинам.

Распределение (4) изменится, т.к. испытуемый решил (предположим) скорректировать свои ответы. При этом вероятности ответов испытуемого не станут условными вероятностями, поскольку в соответствии с нулевой гипотезой испытуемый по-прежнему не видит символов на картах, а пытается их угадать; просто изменится распределение вероятностей. Например, испытуемый может называть крест в 2 раза чаще, поскольку в новой совокупности (6) имеется два креста, а квадрата не называть вовсе, поскольку он отсутствует в новой совокупности. И тогда мы можем записать новое распределение вероятностей ответов испытуемого:

$$p(b_1) = 1/5\ («O»), p(b_2) = 0\ («L»), p(b_3) = 1/5\ («A»),$$
$$p(b_4) = 2/5\ («+»), p(b_5) = 1/5\ («=»). \qquad (7)$$

Распределение (3) также потеряет силу, поскольку оно представляет собой набор чисел, к которым стремятся относительные частоты появления карт в определенном месте в колоде при числе повторений процедуры рандомизации полной колоды, стремящемся к бесконечности (при неизменных условиях). В нашем случае условия эксперимента изменились: рандомизация, выполненная единожды, больше не осуществляется; и мы имеем последовательность (6), которая является константой. Теперь от нас требуется вычислить вероятность угадывания карт в последовательности (6).

Статистическая интерпретация вышеприведенных расчетов для условий DT и BT 25 состоит в том, что вероятности (3) и (4), входящие в (2), заменяются на относительные частоты соответствующих величин при большом числе повторений эксперимента с колодой карт (в эксперимент входят: рандомизация и идентификация). Статистическая интерпретация расчета для условий ВТ 5, который мы собираемся выполнить далее, предполагает большое число повторений эксперимента с последовательностью (6); например, каждое новое повторение выполняет новый испытуемый, до которого доводится количественный состав предлагаемой к идентификации кучки карт.

Можно показать, что если вместо распределения вероятностей (3) взять относительные частоты появления карт в совокупности (6):

$$p(a_1) = p^*(a_1) = 1/5 \text{ («O»)}, p(a_2) = p^*(a_2) = 0 \text{ («L»)},$$
$$p(a_3) = p^*(a_3) = 1/5 \text{ («A»)},\ p(a_4) = p^*(a_4) = 2/5 \text{ («+»)},$$
$$p(a_5) = p^*(a_5) = 1/5 \text{ («=»)}, \tag{8}$$

то, подставляя (8) и (7) в (2), мы получим новую вероятность угадывания. Покажем это, опираясь на пример из работы [Вентцель, 1962. С. 221–222].

Рассмотрим событие, состоящее в угадывании карты в одном опыте (одной попытке). Тогда

$$X = \sum_{i=1}^{5} X_i \ ,$$

где X – число появлений события в серии из пяти опытов; X_i – число появлений события в i-м опыте.

Каждая из величин X_i есть случайная величина с двумя возможными значениями: 0 и 1. Ряд распределения величины X_i представлен в табл. 1, где P_i есть вероятность появления события в i-м опыте; а $Q = 1 - P_i$ есть вероятность непоявления события в i-м опыте.

Таблица 1

Ряд распределения величины X_i

0	1
Q_i	P_i

Далее находим

$$M\left[X\right] = \sum_{i=1}^{5} M\left[X_i\right], \tag{9}$$

где $M[X]$ – математическое ожидание величины X; $M[X_i]$ – математическое ожидание величины X_i.

$$M[X_i] = 0 \cdot Q_i + 1 \cdot P_i = \ \cdot P_i\,. \tag{10}$$

Вероятности угадывания P_i в каждом опыте находим в соответствии с формулой (2) как сумму произведений вероятностей появления карт на вероятности назвать эти карты. И поскольку мы имеем фиксированную последовательность (6), постольку вероятности появления присутствующих в ней карт равны 1. Величины P_i можем рассчитать по приведенной ниже формуле (11), где, например, в первой строке и третьем столбце квадратной матрицы стоит единица, поскольку на первом месте в последовательности (6) всегда будет карта со звездой (третье состояние). Выполняя матричное умножение, получаем в первой строке результирующего вектор-столбца произведение указанной единицы (вероятности появления звезды на первом шаге последовательности (6)) на вероятность назвать звезду из распределения (7).

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p(b_1) \\ p(b_2) \\ p(b_3) \\ p(b_4) \\ p(b_5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p(b_3) \\ p(b_4) \\ p(b_5) \\ p(b_1) \\ p(b_4) \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Другими словами, из (6) видно, что на первом шаге последовательности оказалась звезда, и тогда вероятность назвать звезду и есть вероятность угадать карту на первом шаге $P_1 = p(b_3)$; на втором шаге оказался крест, и поэтому вероятность угадать карту на втором шаге равна вероятности назвать крест $P_2 = p(b_4)$; и так далее. С учетом этого, из (9) и (10) понятно, что

$$M\left[X\right] = \sum_{i=1}^{N} P_i = \sum_{j=1}^{5}\left(n_j \cdot p\left(b_j\right)\right), \tag{12}$$

где N – длина последовательности; n_j – частота появления состояния a_j в последовательности.

С другой стороны, математическое ожидание числа угаданных карт есть число попыток угадывания, умноженное на вероятность угадывания в одной попытке:

$$M[X] = N \cdot P, \tag{13}$$

где P – вероятность угадывания карты.

Выражая из формулы (13) величину P, и подставляя в полученную формулу соотношение (12), получаем вероятность угадывания:

$$P = \frac{1}{N} M\left[X\right] = \sum_{j=1}^{5}\left(\frac{n_j}{N} \cdot p\left(b_j\right)\right) = \sum_{j=1}^{5}\left(p^*\left(a_j\right) \cdot p\left(b_j\right)\right) = p\left(\mathbf{C}\right), \tag{14}$$

где $p^*(a_j)$ – относительная частота появления состояния a_j в последовательности (6).

Очевидно, что формула (14) получается из (2) путем замены вероятностей $p(a_i)$ на относительные частоты $p^*(a_j)$, что и требовалось доказать.

Подставляя в (14) числа из (8) и (7), получаем вероятность угадывания, которая больше, чем значение 1/5, заявленное Райном:

$$p\left(\mathbf{C}\right) = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 0 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 0,28 > 0,2\,.$$

Если же мы хотим вычислить вероятность угадывания для всей последовательности (1), полагая, что первые 20 ответов испытуемый давал без корректировки, а последние – с рассмотренной выше корректировкой, то воспользуемся формулами (14) и (12) и получим следующее:

$$p\left(\mathbf{C}\right) = \frac{M\left[X1\right] + M\left[X\right]}{N} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{5}\left(n1_j \cdot p1\left(b_j\right) + n_j \cdot p\left(b_j\right)\right), \tag{15}$$

где $X1$ – число появлений события на первых 20 шагах последовательности (1); X – число появления события на последних 5 шагах последовательности (1); N = 25 – длина последовательности (1); $n1_j$ – частота состояния a_j на первых 20 шагах последовательности (1); $p1$ (b_j) – распределение (4); n_j – частота состояния a_j на последних 5 шагах последовательности (1); $p(b_j)$ – распределение (7).

Подставляя в (15) числа, получаем:

$$p\left(\mathbf{C}\right)=\frac{1}{25}\cdot\left(20\cdot\frac{1}{5}+1\cdot\frac{1}{5}+0+1\cdot\frac{1}{5}+2\cdot\frac{2}{5}+1\cdot\frac{1}{5}\right)=0,216>0,2\ .$$

Отсюда вытекают следующие два момента. Во-первых, в условиях BT 5 Райн не контролирует теоретическое значение частоты правильных ответов f_T, и, значит, критика Эдвина Боринга справедлива. Во-вторых, в условиях BT 5 опыты по угадыванию не являются независимыми; и хотя они зависят не от результатов предыдущих опытов по угадыванию, а от предыдущих опытов по извлечению карт, то, все равно, биномиальное распределение не применимо к данным опытам по угадыванию.

А теперь рассмотрим подробнее работу Райна, чтобы выяснить, по какому критерию он оценивает статистическую значимость результатов своих экспериментов.

Результаты экспериментов с Хьюбертом Пирсом сведены в табл. 2, которая является фрагментом таблицы XVIII из работы [Rhine, 1934. С. 74].

Поясним ряд терминов из таблицы, не касаясь пока математических величин.

Термин «run» мы из контекста можем понять как короткую серию из 25 ответов, в ходе которой осуществляется идентификация всех карт колоды. В работе [Хэнзел, 1970], этот английский термин «run» переводится на русский как «прогон».

Термином «series» из первой колонки («Номер серии»), как мы поняли, обозначены длинные серии, состоящие из целого числа прогонов, в ходе которых (длинных серий) остаются неизменными условия и участники эксперимента.

В колонке «Условия» приведен без перевода следующий ряд необъясненных выше англоязычных аббревиатур (см.: [Rhine, 1934. С. xiv]).

E.S.P. (Extra-Sensory Perception). Экстрасенсорное восприятие. Восприятие без функции известных органов чувств.

P.T. (Pure telepathy). Чистая телепатия. Экстрасенсорное восприятие психических процессов другого человека. "Чистая" подразумевает отсутствие объективного представления психического акта или отсутствие изображения, которые могли бы позволить перципиенту ясновидение.

Таблица 2

Восприятие ясновидения; условия, защищающие от сенсорного восприятия

Номер серии (Ser. No.)	Условия	Количество попыток	Количество правильных ответов	Отклонение и р.е.		Значение X	В среднем на 25
1	Общие условия В.Т. как описано выше. *Особые условия.* (General B.T. as described above. *Special Conditions*)	5000	1834	+834	±19,1	43,7	9,2
2	Отворачивается от карт	650	279	149	6,9	21,6	10,7
3	То же, что 2, плюс называет карту перед удалением	475	236	141	5,9	23,9	12,4
4	То же самое, что 3; нет контакта с картами	275	74	19	4,5	4,2	6,7
5	То же, что 3, плюс новые карты; используются данные о первых 3 разах	1675	626	291	11,0	26,5	9,3
6	(a) Экран, скрывающий карты (В.Т.)	300	99	39	4,7	8,3	8,3
	(b) То же самое, плюс Р.Т. (т. е. общее E.S.P.; агент экранирован)	300	116	56	4,7	11,9	9,7
7	D.T., Колода оставлена целой до конца прогона (D.T., pack left unbroken till end of run)	1625	482	157	10,9	14,4	7,4
Всего, Р.С. (исключая 6b)		10300	3746	+1686	±27,4	61,5	9,1

P.C. (Pure clairvoyance). Чистое ясновидение. Экстрасенсорное восприятие объективных фактов. «Чистое» подразумевает элиминацию телепатии из экспериментальной ситуации.

Математика в работе Райна. Райн пишет, что благодаря использованию пяти простых фигур, изображенных на картах, ему удалось обеспечить вероятность благоприятного исхода (при угадывании) равную 1/5 для каждой попытки [Rhine, 1934. С. 31].

Райн пишет, что если число попыток угадывания (n) умножить на вероятность успеха в одной попытке (p), то получится математическое ожидание числа угадываний (mean chance expectation, normal chance expectation) или np [Rhine, 1934. С. xiv, 32]. Например, пишет Райн, для 1000 попыток с картами 5 мастей (видов) получим 200 [Rhine, 1934. С. 32]. И если, пишет он далее, нам дано 300 успехов, то мы имеем отклонение (Deviation, Dev., D.) от np на 100 в бóльшую сторону. Отклонение получают так: из числа успехов вычитают np.

С целью получить более общую оценку отклонения («a more general evaluation» [Rhine, 1934. С. 32]) Райн вводит безразмерную величину под названием «anti-chance index», что мы можем перевести как «индекс неслучайности»:

$$X = \frac{D}{p.e.}, \tag{16}$$

где X – индекс не-случайности; D – отклонение числа правильных ответов от математического ожидания (np); $p.e.$ – вероятное отклонение (Probable Error).

Вероятное отклонение есть половина интерквартильной широты (см.: [Gavett, 1925. С. 177; Большев, 1979]). В работе Гэвета, на которую ссылается Райн, дается приблизительное соотношение вероятного и стандартного отклонений [Gavett, 1925. С. 177]:

$$p.e. = 0{,}67\ \sigma,$$

а также более точное [Gavett, 1925. С. 179]:

$$p.e. = 0{,}67449\ \sigma.$$

Ссылаясь на работу Фишера, а также на данные из таблицы LII в работе [Gavett, 1925], Райн приводит следующую таблицу [Rhine, 1934. С. 32].

Таблица 3

Шансы против теории случайности

D/*p.e.*	Шансы против теории случайности (Odds against a chance-theory.)
1	1 к 1
2	4,6 к 1
3	22 к 1
4	142 к 1
5	1 300 к 1
6	20 000 к 1
7	100 000 к 1
8	около 1 000 000 к 1
9	более 100 000 000 к 1

Таблицу 3 нужно иметь в виду, читая колонку «Значение X» в таблице 2. Эти данные Райн поясняет следующим образом. «Когда отклонение составляет 4 раза по p.e. ($X = 4$) или более, то отклонение считается „значимым“, т.е. достоверно выявляющим принцип вне действия „случайности“» («When the deviation is 4 times the p.e. ($X = 4$) or more, the deviation is regarded as "significant," i.e. reliably showing a principle beyond "chance" activity») [Rhine, 1934. С. xiv].

Саму таблицу LII из работы [Gavett, 1925. С. 180], на которую ссылается Райн, приводим ниже (таблица 4).

Из табл. 3 и табл. 4 понятно, что райновский индекс не-случайности $X = \dfrac{D}{p.e.}$ есть то же самое, что и величина $\dfrac{x}{p.e.}$ у Гэвета; а шансы, указанные в последних колонках таблиц 3 и 4 есть отношение центральной площади A к площади обоих «хвостов» $(1 - A)$ под кривой Гаусса.

Обсудим приведенные выше выдержки из работ [Rhine, 1934; Gavett, 1925].

1. Ссылка Райна на таблицу LII курса статистики [Gavett, 1925] означает неявное положение о том, что плотность вероятности статистики райновского критерия подчиняется закону Гаусса.

2. Вполне допустимым является то, что при построении статистического критерия Райн аппроксимирует биномиальную функцию распределения вероятностей нормальным распределением. Известно, что при $n \to \infty$ биномиальное распределение стремится к нормальному распре-

делению со средним $\mu = np$ и дисперсией $\sigma^2 = np\ (1 - p)$; сходимость удовлетворительна при $np\ (1 - p) > 5$ и $0{,}1 \le p \le 0{,}9$ [Кобзарь, 2006. С. 84]. Подставляя минимальную длину серии $n = 275$ (серия №4 в табл. 2) и $p= 0{,}2$, получаем выполнение данного условия: $275 \cdot 0{,}2 \cdot (1 - 0{,}2) = 44 > 5$.

3. Проверим вычисления Райна на примере серии №1 испытаний Хьюберта Пирса (первая строка табл. 2). Исходные данные: число испытаний $n = 5000$, эмпирическая частота правильных ответов $f_{ЭМП} = 1834$. Рассчитаем данные по остальным столбцам.

Таблица 4

Площади под кривой нормального распределения

($\frac{x}{p.e.}$) = единица измерения по оси x)

$\frac{x}{p.e.}$	Доля площади от оси y до $\frac{x}{p.e.}$ {Fraction of area from y-axis to $\frac{x}{p.e.}$}	Доля площади между $-\frac{x}{p.e.}$ и $+\frac{x}{p.e.}$ A {Fraction of area between the ordinates at $-\frac{x}{p.e.}$ and $+\frac{x}{p.e.}$ A}	Доля площади вне интервала между $-\frac{x}{p.e.}$ и $+\frac{x}{p.e.}$ $1-A$ {Fraction of area outside the ordinates at $-\frac{x}{p.e.}$ and $+\frac{x}{p.e.}$ $1-A$}	Шансы против случая отклонения большего, чем x $A \div (1-A)$ {Odds against the occurrence of a deviation greater than x $A \div (1-A)$ }
1	0,25000	0,50000	0,50000	1:1
2	0,41131	0,82262	0,17738	4,6:1
3	0,47848	0,95696	0,04304	22:1
4	0,49651	0,99302	0,00698	142:1
5	0,49962	0,99924	0,00076	1 300:1
6	0,49997	0,99995	0,00005	20 000:1

Теоретическая частота правильных ответов $f_T = \mu = np$. Подставляя сюда числовые значения, получаем $f_T = 5000 \cdot 0{,}2 = 1000$.

Отклонение $D = f_{ЭМП} - f_T$. Подставляя числовые значения, получаем $D = 1834 - 1000 = 834$, что совпадает числом из 5 столбца таблицы.

Вероятное отклонение:

$$p.e. = 0,67449 \cdot \sigma = 0,67449 \cdot \sqrt{np\left(1-p\right)}\,.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$p.e. = 0,67449 \cdot \sqrt{5000 \cdot 0,2\left(1-0,2\right)} = 19,1\,.$$

Данное число совпадает со значением из шестого столбца таблицы.

Подставляя в формулу (16) найденные выше числовые значения, получаем: $X = 834/19,1 = 43,7$. Это число совпадает со значением из предпоследнего столбца таблицы.

Среднее число успехов на 25 карт найдем, если среднее число успехов на одно испытание умножим на 25. Получим число, совпадающее с числом из последнего столбца таблицы: $25 \cdot 1834/5000 = 9,2$.

Таким образом, результаты расчетов Райна совпадают с нашими.

Итоговое значение 61,5 в колонке «Значение *X*» табл. 2 близко к значению 63,9, которое есть геометрическая сумма значений *X* по отдельным сериям.

4. В качестве критического значения величины (16) Райн принимает $X_{KP} = 4$, что соответствует уровню значимости $\rho = 0,00698$ (четвертая строка, четвертая колонка табл. 4) в двустороннем статистическом критерии. Если искать критическое значение *X* лишь среди целых чисел, то $X_{KP} = 4$ соответствует $\rho \leq 0,01$ и принятому в настоящее время в психологии положению, в соответствии с которым, статистически значимыми являются результаты, имеющие $\rho = \leq 0,01$ [Сидоренко, 2007]. Критическим значением *X* из области действительных чисел, для $\rho = \leq 0,01$, будет $X_{KP} = 3,82$.

5. Исходя из данных в предпоследнем столбце табл. 2 и из предыдущего пункта, можно утверждать, что во всех сериях испытаний, рассмотренных в настоящей работе, Хьюберт Пирс показал статистически значимые результаты.

6. Возникает вопрос о том, следовало ли Райну выбрать односторонний критерий вместо двустороннего. И вслед за этим – вопрос о том, был ли у Райна такой выбор. В силу краткости журнальной статьи затро-

нем лишь первый вопрос, ответ на который, большей частью, выходит за рамки математики.

Известно, что односторонние критерии рекомендуют выбирать в случае, когда у исследователя имеются веские основания на то, что отклонения возможны лишь в одну сторону, или если нас интересуют лишь отклонения в одну сторону, а отклонения в другую сторону не имеют практического значения [Смагунова, 1990. С. 17].

Возможны ли отклонения вниз? Теоретически возможны и практически получены. Например, в таблице XXVI работы [Rhine, 1934. C. 85] приведен ряд серий с Пирсом, датированных 1 апреля 1933 года. Среди них есть серия, где из 275 попыток получено 20 попаданий, что дает np = 55; D = –35; *p.e.* = 4,47; X = –7,8 (статистически значимое); в среднем 1,8 попаданий в расчете на 25 попыток.

Имеется ли практическое значение подобных результатов? Рассмотренный результат объясняется гипотезой о намеренной выдаче испытуемым неверных ответов, что предполагает получение испытуемым информации о тестовом материале. А это уже представляет интерес.

Таким образом, во-первых, отклонения числа правильных ответов от математического ожидания возможны в обе стороны; во-вторых, имеют практическое значение отклонения в любую сторону. Следовательно, применение Райном двустороннего статистического критерия является оправданным.

Выводы

1. Вопреки мнению Эдвина Боринга установлено, что условия экспериментов Райна обеспечивают заявленное, теоретически заданное равномерное распределение вероятностей в тестовом материале (в колодах карт Зенера).

2. Для условий эксперимента, диктуемых процедурами вида BT 25 и DT, статистический критерий, выбранный Райном, вполне применим.

Для условий эксперимента, определяемых процедурой вида BT 5, применимость статистического критерия, выбранного Райном, а следовательно и оценка результатов соответствующих экспериментов по введенному Райном критерию, вызывают сомнение. Сомнение обусловлено тем, что в данных условиях испытуемый мог корректировать свои ответы по ходу эксперимента, опираясь на демонстративную проверку удаляемых из колоды карт, что изменяет вероятность правильного ответа при угадывании. А если вероятность правильного ответа при угадывании меняется по ходу эксперимента (испытания являются зависимыми), то биномиальное распределение неприменимо. Это означает, как максимум, полное рушение критерия, основанного на аппроксимации биномиального распределения нормальным, или, как минимум, необходимость выяснить, допустима ли аппроксимация нормальным распределением. Кроме того, возникают вопросы об объективных средствах выявления корректировок испытуемым своих ответов и ряд других вопросов.

Неслучайно авторы методики пишут о том, что обычно они применяют процедуру BT 25, а процедуру BT 5 они используют для предварительного тестирования [Rhine, 1974. С. 146–147]. Ввиду небольшого и вспомогательного значения, которое имела процедура BT 5 в исследованиях Райна, эта процедура, как представляется, не заслуживает столько внимания, сколько требуется для выяснения указанных выше вопросов.

3. Во всех сериях испытаний, рассмотренных в настоящей работе, Хьюберт Пирс показал статистически значимые результаты.

Литература

1. *Большев Л.Н.* Интерквантильная широта // Математическая энциклопедия / Гл. ред. И.М. Виноградов, т. 2. Д – Коо. – М.: Советская Энциклопедия, 1979. – С. 617.

2. *Боринг Э.* Введение. Паранормальные явления: факты, определения, вероятность // Хэнзел Ч. Парапсихология. – М.: Мир, 1970. – С. 5–16.

3. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 564 с.

4. *Закс Л.* Статистическое оценивание. – М.: Статистика, 1976. – 598 с.

5. *Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.

6. Справочник по теоретическим основам радиоэлектроники / Под ред. *Б.Х. Кривицкого*. В 2 т. – М.: Энергия, 1977. – Т. 2. – 472 с.

7. *Сидоренко Е.В.* Методы математической обработки в психологии. – СПб.: ООО «Речь», 2007. – 350 с.

8. *Смагунова А.Н.* Примеры применения математической теории эксперимента в рентгенофлуоресцентном анализе / А.Н. Смагунова, В.А. Козлов. – Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. – 232 с.

9. *Carter, Chris.* Science and psychic phenomena: the fall of the house of skeptics. – Rochester, Vermont; Toronto, Canada, 2007. – 303 p.

10. *Gavett G.I.* A first course in statistical method. – New York, London, 1925. – 358 p.

11. *Rhine J.B.* Extrasensory Perception. – Boston: Boston Society for Psychic Research, 1934. – 169 p.

12. *Rhine J.B. and Pratt J.G.* Parapsychology: Frontier Science of the Mind. Springfield, Ill.: Charles C Thomas, 1974. – 224 p.

References

1. *Bol'shev L.N.* Interkvantil'naya shirota [Interquantile range] // Matematicheskaya entsiklopediya [Mathematical encyclopedia. Vol. 2] / Gl. red. I. M. Vinogradov, t. 2. D – Koo. M.: Sovetskaya Entsiklopediya, 1979. S. 617. (In Russ.)

2. *Boring E.* Vvedenie. Paranormal'nye yavleniya: fakty, opredeleniya, veroyatnost' [Introduction] // Khenzel CH. Parapsikhologiya. [ESP: A Scientific Evaluation] M.: Mir, 1970. S. 5–16. (In Russ.)

3. *Venttsel' E.S.* Teoriya veroyatnostei. [Probability theory] M.: Gosydarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoi literatyry, 1962. (In Russ.)

4. *Zaks L.* Statisticheskoe otsenivanie. [Statistical estimation] M.: Statistika, 1976. (In Russ.)

5. *Kobzar' A.I.* Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov i naychnykh rabotnikov. [Applied mathematical statistics. For engineers and researchers] M.: FIZMATLIT, 2006. (In Russ.)

6. Spravochnik po teoreticheskim osnovam radioelektroniki [Guide to the theoretical foundations of radio electronics. Vol. 2] / Pod red. *B.Kh. Krivitskogo*. T. 2. M.: Energiya, 1977. V 2 t. (In Russ.)

7. *Sidorenko E.V.* Metody matematicheskoi obrabotki v psikhologii. [Methods of mathematical processing in psychology] SPb.: OOO "Rech", 2007. (In Russ.)

8. *Smagunova A.N., Kozlov V.A.* Primery primeneniya matematicheskoi teorii eksperimenta v rentgenofluorestsentnom analize [Examples of applications of the mathematical theory of experiment in the X-ray fluorescence analysis] Irkutsk: Izd-vo Irkut. un-ta, 1990. (In Russ.)

9. *Carter, Chris.* Science and psychic phenomena: the fall of the house of skeptics. Rochester, Vermont; Toronto, Canada, 2007. – 303 p.

10. *Gavett G.I.* A first course in statistical method. New York, London, 1925. – 358 p.

11. *Rhine J.B.* Extrasensory Perception. Boston: Boston Society for Psychic Research, 1934. – 169 p.

12. *Rhine J.B. and Pratt J.G.* Parapsychology: Frontier Science of the Mind. Springfield, Ill.: Charles C Thomas, 1974. – 224 p.

Сведения об авторе

Осипов Вадим Евгеньевич – старший преподаватель кафедры «Радиотехнические устройства и системы диагностики», Омский государственный технический университет (644050, Омск, Пр. Мира, д. 11, e-mail: osvad@list.ru)

Information about the author

Osipov Vadim Evgen'evich – Senior Lecturer of the Department «Radio engineering devices and diagnostics system», Omsk State Technical University (pr. Mira 11, 644050, Omsk, e-mail: osvad@list.ru)

Дата поступления 04.08.2016