



Проблемы логики и методологии науки

К МОДЕЛИ ВЕТВЯЩЕГОСЯ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

Л.В. Ильичев

Модель ветвящегося пространства-времени предложил Н. Белнап [1] с целью объединить в рамках единого подхода релятивизм и индетерминизм. Несомненно, что идея ветвящегося пространства-времени была инспирирована сформулированной ранее в работах Приора, Томасона и Маккола [2] концепцией ветвящегося времени. Последнее направление демонстрирует ныне устойчивое развитие, стимулируемое найденными приложениями в математическом программировании, и давно стало полигоном для грамматических и семантических тонкостей применения конструкции Subjunctive Mood и модальностей. Концепция ветвящегося времени оказалась чрезвычайно богатой и самодостаточной. В принципе всю энергию исследователя может поглотить теория событий в ветвящемся времени (см. работы Кучеры и др. [3]). Насколько известно автору, переход к ветвящемуся пространству-времени рассматривается в соответствующих работах как естественное обобщение модели ветвящегося времени. При этом обобщении понятие события наделяется «пространственной составляющей». Как нам представляется, отношение между двумя концепциями – ветвящегося времени и ветвящегося пространства-времени, несколько иное. В настоящей работе они фигурируют как два компонента единой модели, в которой достаточно естественным образом возникает понятие пространственных отношений между событиями и интерпретация такого стандартного для специальной теории относительности понятия, как пара причинно не связанных событий в терминах их взаимной пространственной удаленности.

Предпошлем основному материалу краткое описание моделей ветвящегося времени и ветвящегося пространства-времени с целью введения необходимых понятий и языка.

Миры Белнапа

Белнап поступил достаточно просто и сделал в своем подходе понятие точечного события первичным. На множестве ϵ всех событий, которое будем называть Мультиверсом, определена некоторая частичная упорядоченность, отражающая причинные отношения между событиями. Если событие e_1 есть причина события e_2 , мы будем обозначать этот факт выражением $e_1 > e_2$. Эта форма записи отличается от используемой самим Белнапом, но более удобна для дальнейшего изложения. Данное причинное отношение у Белнапа также является элементарным первичным понятием, и все последующие конструкции имеют его в своем основании. Первой и наиболее важной из таких конструкций является понятие «мир» [4]. Согласно определению Белнапа, «мир» есть любое максимальное направленное от причины к следствию подмножество в ϵ . Поясним используемые термины. Направленность отражает естественное и интуитивно необходимое свойство любого мира: для любых двух событий e_1 и e_2 , принадлежащих к миру W , в W должно существовать событие e , являющееся их общим следствием, – $e_1 > e$ и $e_2 > e$. Это и есть математическое определение направленности, которое можно распространить с пары событий на любое их конечное множество. Условие максимальности не позволяет миру входить как собственное подмножество в некоторый более широкий мир. Это есть удобное свойство, из которого, в частности, следует так называемая замкнутость мира по отношению к событиям-причинам. А именно, если некоторое событие e есть причина события $e' \in W$, т.е. $e > e'$, то в мире W существует общее следствие для пары событий e и e'' , где e'' – любое событие из W (этим общим следствием в силу транзитивности отношения причинной связи может служить общее следствие пары событий e' и e'' , существующее согласно свойству направленности мира W). Поэтому можно расширить мир W , включив в него событие e . Но если мир W максимальен, то такое расширение невозможно и, следовательно, событие e должно принадлежать к нему уже изначально.

В общем случае для выбранной пары событий e_1 и e_2 не обязательно существование содержащего ее мира. Такие события, вслед за Белнапом, будем называть несовместными [5]. Не следует, естественно, смешивать это понятие с причинно-несвязанными событиями.

Из стандартного применения леммы Цорна следует, что любое событие принадлежит к некоторому миру. Гораздо менее тривиальным является выдвинутый Белнапом постулат о непустом пересечении любой пары миров. Как будет показано ниже, в предложенном подходе этот постулат выполняется автоматически.

В работах по моделям ветвящегося пространства-времени обычно используется язык исчисления предикатов, куда наряду с константами и переменными – символами множеств входят логические связки \vee («или»), \wedge («и»), \Rightarrow (импликация – «если..., то...»), \neg («не»), отношения порядка \leq , включения \in , а также кванторы всеобщности \forall и существования \exists . Нам будет удобно формулировать утверждения на языке бинарных соответствий и отношений. Напомним, что бинарным соответствием S на множествах A и B называется некоторое подмножество их прямого произведения: $S \subseteq A \times B$, где $A \times B = \{\langle a, b \rangle : a \in A, b \in B\}$. Так как сами соответствия являются множествами, для них естественным образом определены булевские операции пересечения \cap , объединения \cup и взятия дополнения¹. Однако тот факт, что соответствия суть множества пар, позволяет определить для них операции инвертирования и композиции. А именно, для $S \subseteq A \times B$ определим $S^{-1} \subseteq B \times A$:

$$S^{-1} = \{\langle a, b \rangle : \langle a, b \rangle \in S\},$$

для $S \subseteq A \times B$ и $T \subseteq B \times C$ определим $S \circ T \subseteq A \times C$:

$$S \circ T = \{\langle a, c \rangle : \exists b (\langle a, b \rangle \in S \wedge \langle b, c \rangle \in T)\}.$$

Аналогично если $A_1 \subseteq A$ и $S \subseteq A \times B$, то

$$A_1 \circ S = \{b \in B : \exists a ((a \in A_1) \wedge (\langle a, b \rangle \in S))\}.$$

Бинарное отношение R на множестве ε есть частный случай соответствия (когда множества A и B совпадают): $R \subseteq \varepsilon \times \varepsilon$. Нас будет интересовать случай когда R – бинарное отношение частичного порядка в Мультиверсе, т.е. ($e_1 \succ e_2 \Leftrightarrow (\langle e_1, e_2 \rangle \in R)$). Оно как всякое

отношение частичного порядка является рефлексивным (т.е. для любого события e имеем $e \succ e$), транзитивным (из $e_1 \succ e$ и $e \succ e_2$ следует $e_1 \succ e_2$) и антисимметричным (если $e_1 \succ e_2$ и $e_2 \succ e_1$, то $e_1 = e_2$). При этом сам Мультиверс более правильно определять как пару $\langle \varepsilon, P \rangle$, т.е. множество событий вместе с причинным порядком.

Попробуем перевести на язык бинарных отношений определение мира Белнапа W как максимального направленного подмножества Мультиверса. Рассмотрим следующее выражение:

$$W = \cup\{V: V \times W \subseteq R_V \circ R^{-1}\}, \quad (1)$$

где $R_V = (V \times V) \cap R$. Правая часть (1) есть объединение всех подмножеств из ε , удовлетворяющих выписанному в фигурных скобках условию. Если W подчиняется (1), то это направленное множество. Действительно, пусть $e_1 \in W$ и $e_2 \in W$. Тогда e_1 принадлежит некоторому подмножеству V из правой части (1), т.е. $\langle e_1, e_2 \rangle \in V \times W$ и, следовательно, $\langle e_1, e_2 \rangle \in R_V \circ R^{-1}$. Тогда из определения композиции отношений заключаем, что в V обязательно есть событие e , такое что $e_1 \succ e$ и $e_2 \succ e$. Далее, если W есть подмножество некоторого направленного множества \underline{V} , то, как нетрудно заметить, \underline{V} подпадает под условие из правой части (1) и, следовательно, $\underline{V} \subseteq W$, т.е. W – максимальное направленное множество, и выражение (1) есть достаточное условие этого факта. Необходимое условие выглядит несколько иначе. Для любого максимального направленного множества W и любого множества V , удовлетворяющего условию

$$V \times W \subseteq R \circ R^{-1}_W$$

мы имеем $V \subseteq W$ в силу отмеченной выше замкнутости W по отношению к событиям-причинам. Таким образом,

$$\cup\{V: V \times W \subseteq R \circ R^{-1}_W\} \subseteq W. \quad (2)$$

Замечаем теперь, что из свойств направленности W следует

$$W \times W = R \circ R^{-1}_W = R_W \circ R^{-1}, \quad (3)$$

т.е. само множество W удовлетворяет условию из левой части (2), и поэтому имеет место равенство

$$W = \cup \{V: V \times W \subseteq R \circ R^{-1} \}_{\mathcal{W}}. \quad (4)$$

Это есть необходимое условие, которому удовлетворяют все миры Белнапа. Мы будем ориентироваться на уравнение (1), описывающее некоторые из миров Белнапа.

Заметим, что условие максимальности мира как направленного множества не является необходимым для свойства замкнутости относительно событий-причин. Рассмотрим, например, множество событий \mathcal{W} , подчиняющееся уравнению (2). Нетрудно заметить, что это есть направленное множество (хотя, возможно, и не максимальное) и оно обладает отмеченным выше свойством замкнутости. Действительно, пусть некоторое событие e есть причина события $e' \in \mathcal{W}$. Тогда $\langle e', e \rangle \in R^{-1}$. В силу рефлексивности $\langle e', e' \rangle \in R_{\mathcal{W}}$ и, следовательно, $\langle e', e \rangle \in R_{\mathcal{W}} \circ R^{-1}$. Согласно (3) $\langle e', e \rangle \in \mathcal{W} \times \mathcal{W}$, т.е. $e \in \mathcal{W}$.

Вопрос о том, обладает ли новое более широкое определение мира посредством уравнения (2) некоторыми преимуществами перед традиционным «максимальным» белнаповским определением, остается пока открытым.

Внутренняя структура событий

Теперь мы собираемся в определенном смысле лишить обе компоненты Мультиверса $\langle \varepsilon, R \rangle$, т.е. и множество ε всех событий, и отношение R причинной зависимости между ними статуса первичных понятий. Мы сделаем их производными от структуры памяти некоторого Мультивидуума. Таким образом, в нашей модели Мультиверс не существует сам по себе как «объективная реальность», а оказывается функцией сознания и памяти. Далее мы обсудим отличие принимаемой точки зрения от «обычного» солипсизма.

Мультивидуумом (точнее, его моделью) будем называть упорядоченную пару $\langle M, T \rangle$, где M – множество состояний памяти Мультивидуума, а T – бинарное отношение частичного порядка на M с естественной интерпретацией: $\langle m_1, m_2 \rangle \in T$ (в эквивалентной записи: $m_1 \leq m_2$) есть утверждение, что в состоянии m_2 память Мультивидуума содержит все, что имеется в памяти m_1 . Кроме неизменных для частичного порядка требований рефлексивности: $D_M \subseteq T$ (здесь $D_M = \{\langle m, m \rangle: m \in M\}$ есть так называемая диагональ – тождественное бинарное отношение на M), транзитивности: $T \circ T \in T$ и антисим-

метричности $T \cap T^{-1} = D_M$ мы подчиним бинарное отношение T еще двум чрезвычайно важным условиям, а именно, так называемому *запрету на обратное ветвление*:

$$\forall m \forall m' \forall m'' ((m' \leq m) \wedge (m'' \leq m) \Rightarrow (m' \leq m'') \vee (m'' \leq m')). \quad (5)$$

(на языке алгебры бинарных отношений это утверждение выглядит так: $T \circ T^{-1} \subseteq T \cup T^{-1}$) и так называемой *связности историй*:

$$\forall m \forall m' \exists m'' ((m'' \leq m) \wedge (m'' \leq m')) \quad (6)$$

$(T^{-1} \circ T = M \times M)$. Эти два дополнительных условия превращают память Мультивидуума в древовидную структуру, которую мы будем называть *структурой ветвления*.

Мы практически дословно воспроизвели исходные положения модели ветвящегося времени [6] за единственным исключением, касающимся интерпретации: элементы множества M мы рассматриваем не как моменты времени, а как состояния памяти Мультивидуума. Мы сохраним за любой максимальной цепью (линейно упорядоченным подмножеством) h из $\langle M, T \rangle$ название «история» и далее будем оперировать этим понятием.

В модели ветвящегося времени существует достаточно развитая теория «событий». Сравнительный анализ разных подходов к этому понятию изложен в работе С. Вельфла [7]. Мы воспользуемся определением, предложенным Минг Ксу [8], несколько видоизменив его и избавив от ненужных в нашей модели деталей. Предварительно введем важное понятие подструктуры ветвления $\langle F, T_F \rangle$, где $F \subseteq M$, $T_F = T \cap (F \times F)$. Будем считать выполнеными следующие условия. Прежде всего, исключим из рассмотрения тривиальный случай $F = \emptyset$. Заметим, что, как следует из дополнительных условий (5) и (6), определяющих структуру ветвления, запрет на обратное ветвление для подструктуры выполняется автоматически благодаря простейшему свойству бинарных отношений:

$$T_F \circ T^{-1}_F \subseteq (T \circ T^{-1})_F \subseteq T_F \cup T_F^{-1}. \quad (7)$$

Связность историй для подструктуры есть уже нетривиальное налагающее условие на F :

$$T_F^{-1} \circ T_F = F \times F. \quad (8)$$

Дополнительно наложим на подструктуру ветвления *условие прямой замкнутости*:

$$\forall m \forall m' ((m \in F) \wedge (m \leq m') \Rightarrow (m' \in F)), \quad (9)$$

которое для исходной структуры ветвления выполняется тривиальным образом. На языке бинарных отношений условие прямой замкнутости имеет вид:

$$F \circ T = F \quad (10)$$

и представляет собой естественное требование включения в подструктуру вместе с некоторым состоянием памяти m Мультивидуума всевозможных расширений этого состояния.

Важнейшим и интуитивно очевидным является следующее свойство: для любых двух пересекающихся подструктур ветвления одна из них является подмножеством другой, т.е.

$$(F_1 \cap F_2 \neq \emptyset) \Rightarrow ((F_1 \subseteq F_2) \vee (F_2 \subseteq F_1)). \quad (11)$$

Действительно, возьмем $m' \in F_1$ и $m'' \in F_2$. Если $m' \leq m''$, то $m'' \in F_1$, если $m'' \leq m'$, то $m' \in F_2$. Пусть m' и m'' не сравнимы. Зафиксируем $m \in F_1 \cap F_2$. Тогда, согласно принципу связности историй, в F_1 найдется m_1 , такой, что $m_1 \leq m'$ и $m_1 \leq m$, а в F_2 найдется m_2 , такой, что $m_2 \leq m''$ и $m_2 \leq m$. Мы видим, что верно утверждение: $m_1 \leq m$ и $m_2 \leq m$. Из условия отсутствия обратного ветвления состояния m_1 и m_2 должны быть сравнимы, и, следовательно, принадлежать одной из подструктур. Той же подструктуре должны принадлежать и оба состояния памяти m' и m'' , как включающие в себя наименьшее из состояний m_1 и m_2 .

Теперь мы готовы определить событие e как некоторую совокупность дизъюнктных (непересекающихся) подструктур ветвления в структуре памяти Мультивидуума}. Мы не случайно использовали для обозначения события в данном определении символ, применявшийся ранее для события из ветвящегося пространства-времени Белнапа. Мы собираемся **отождествить** эти понятия. События из e теряют, таким образом, статус первичности и становятся понятиями, производными от структуры памяти Мультивидуума. Мы будем говорить, что *событие e зафиксировано в истории h, если среди подструктур ветвления, образующих e, есть подструктура, пересекаю-*

щаяся с h. Условие дизъюнктности в определении события гарантирует, что данное событие может быть зафиксировано в данной истории не более одного раза [9]. Это есть весьма разумное и естественное ограничение. Мы будем использовать символ $e(h)$ как запись утверждения о фиксации события e в истории h . Этот же символ будет обозначать подструктуру ветвления из e , с которой пересекается история h . То или иное употребление будет определяться контекстом.

Здесь представляется уместным высказать некоторые соображения о взаимодействии введенных понятий. Прежде всего, в виде предостережения отметим некорректность рассуждений в терминах «вхождения истории h в мир W ». Мир состоит из событий, и правильнее ставить вопрос о том, какие события из данного мира зафиксированы в данной истории. Далее заметим, что, согласно нашему определению события, оно с одной стороны конструируется из некоторого подмножества всех состояний памяти, а с другой стороны оказывается зафиксированным во всех историях, куда входят данные состояния памяти. В этой связи при неформальной интерпретации предлагаемой модели может возникнуть впечатление о замкнутом круге понятий, т.е. «события строятся из состояний памяти, а эти состояния включают в себя память о событиях». Однако, наша память, как и память гипотетического Мультивидуума, содержит помимо фиксации событий «внешнего мира» наши мысли, настроения, переживания, в общем, все, что можно назвать миром внутренним.

Пользуясь введенной моделью события, дадим важное для всего дальнейшего определение причинного отношения между событиями:

$$(e_1 \succ e_2) \Leftrightarrow \forall h(e_2(h) \Rightarrow e_1(h) \wedge (e_2(h) \subseteq e_1(h))). \quad (12)$$

В обычном словесном оформлении это утверждение гласит, что событие e_1 является причиной события e_2 в том и только в том случае, когда в любой истории, в которой зафиксировано событие e_2 , обязательно зафиксировано и событие e_1 , причем зафиксировано «не позднее». Последнее выражение в кавычках есть не более чем интуитивный эквивалент включения $e_2(h) \subseteq e_1(h)$, обозначенного в правой части в (12).

По-существу, (12) есть утверждение, что причинная зависимость события e_2 от e_1 тождественна вхождению любой подструктуре ветвления из e_2 в некоторую подструктуру ветвления из совокуп-

ности, образующей e_1 . Этот факт позволяет нам вывести выражение для причинного бинарного отношения R . Прежде всего, заметим, что причинное отношение между событиями в нашей модели должно зависеть от того какие совокупности дизъюнктных подструктур ветвления являются событиями. А priori нет оснований считать, что событием является любая такая совокупность. Введем соответствие $Q \subseteq \varepsilon \times \phi$, где ϕ – множество всех подструктур ветвления в $\langle M, T \rangle$, так что $\langle e, F \rangle \in Q$ т. и т. м., когда F входит в совокупность подструктур ветвления, образующих событие e . Естественно, что область определения соответствия Q совпадает с множеством всех событий ε . На соответствие Q можно смотреть как на способ назвать некоторые определенные совокупности подструктур ветвления событиями. Именно в этом смысле следует понимать сделанное выше утверждение о лишении событий статуса первичных понятий. Нам еще понадобится естественное отношение частичного порядка $P \subseteq \phi \times \phi$ на множестве всех подструктур ветвления, определенное посредством обычного теоретико-множественного включения. Т.е. $\langle F_1, F_2 \rangle \in P$ эквивалентно $F_1 \subseteq F_2$. Рассмотрим элемент $\langle e, F \rangle \in R \circ Q$. По определению композиции соответствий, существует \underline{e} , такой, что $\langle \underline{e}, \underline{e} \rangle \in R$ и $\langle \underline{e}, F \rangle \in Q$, т.е. $\underline{e} \succ \underline{e}$ и F входит в событие \underline{e} . Но тогда в совокупности подструктур ветвления, образующей событие e , существует подструктура \underline{F} , такая, что $F \subseteq \underline{F}$ (т.е. $\langle e, \underline{F} \rangle \in Q$). Следовательно, $\langle e, F \rangle \subseteq Q \circ P^{-1}$. Следовательно, мы имеем:

$$R \circ Q \subseteq Q \circ P^{-1}. \quad (13)$$

Это есть единственное ограничение на R , следующее из определения (12). Докажем, что отношение причинной зависимости представляет собой *максимальное* бинарное отношение на ε , удовлетворяющее условию (13), а именно, имеет место следующее простое

УТВЕРЖДЕНИЕ: *Бинарное причинное отношение есть*

$$R = \cup \{ \underline{R}: \underline{R} \circ Q \subseteq Q \circ P^{-1} \} \quad (14)$$

и является рефлексивным ($D_\varepsilon \subseteq R$), транзитивным ($R \circ R \subseteq R$) и антисимметричным ($R \cap R^{-1} = D_\varepsilon$), т.е. является отношением частичного порядка.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО: Имеем $D_\varepsilon \circ Q = Q \subseteq Q \circ P^{-1}$ (последнее включение следует из того, что $D_\phi \subseteq P$). Таким образом, D_ε удовлетворяет условию из фигурных скобок в (14) и, следовательно, $D_\varepsilon \subseteq R$ (рефлексивность). Из (13) имеем:

$$R \circ R \circ Q \subseteq R \circ Q \circ P^{-1} \subseteq Q \circ P^{-1} \circ P^{-1} \subseteq Q \circ P^{-1}.$$

Последнее включение есть следствие очевидной транзитивности отношения P . Таким образом, $R \circ R$ присутствует среди R из правой части (14) и, следовательно, $R \circ R \subseteq R$ (транзитивность). Пусть $\langle e_1, e_2 \rangle \in R$ и $\langle e_2, e_1 \rangle \in R$. Берем любую подструктуру ветвления F_2 , входящую в событие e_2 , т.е. $\langle e_2, F_2 \rangle \in Q$. Тогда $\langle e_1, F_2 \rangle \in R \circ Q$ и, следовательно, $\langle e_1, F_2 \rangle \in Q \circ P^{-1}$. Значит, существует подструктура ветвления F_1 , такая, что $\langle e_1, F_1 \rangle \in Q$ и $F_2 \subseteq F_1$. Из факта $\langle e_2, e_1 \rangle \in R$ имеем $\langle e_2, F_1 \rangle \in R \circ Q$ и, далее, $\langle e_2, F_1 \rangle \in Q \circ P^{-1}$. Следовательно, существует подструктура F_2 со свойствами $\langle e_2, F_2 \rangle \in Q$ и $F_1 \subseteq F_2$. Таким образом, $F_2 \subseteq F_1 \subseteq F_2$. Так как подструктуры F_2 и F_1 входят в совокупность, образующую событие e_2 , и не являются дизъюнктными, они идентичны. Отсюда следует, что $F_1 = F_2$. Симметрия относительно перестановки 1 и 2 приводит к заключению $\{F_1 : \langle e_1, F_1 \rangle \in Q\} = \{F_2 : \langle e_2, F_2 \rangle \in Q\}$, т.е. $e_1 = e_2$ (антисимметричность).

Рассмотрим теперь феномен причинной независимости событий. Среди пар $\langle e_1, e_2 \rangle$ ($\langle e_1, e_2 \rangle \notin R \cup R^{-1}$) таких событий есть несовместимые события, т.е. не принадлежащие одному и тому же миру. В частности ясно, что несовместимыми событиями являются такие, для которых объединенная совокупность их подструктур ветвления является дизъюнктной. Для такой пары не существует общего события-следствия и, как результат, общего мира. Но этим примером не исчерпываются все пары несовместимых событий, если мы хотим, чтобы миры Белнапа несли узнаваемые черты. Чтобы прояснить ситуацию рассмотрим формальное отрицание логического высказывания о причинной связи (12):

$$\begin{aligned} (e_1 \not\sim e_2) &\Leftrightarrow \exists h(e_2(h) \wedge \neg e_1(h)) \\ \text{или} \\ \exists h(e_1(h) \wedge e_2(h) \wedge (e_1(h) \subset e_2(h))). \end{aligned} \tag{15}$$

Здесь $\neg e_1(h)$ есть символ отрицания утверждения о фиксации события e_1 в истории h . Связка «или» в правой части неисключающая. Следует

обратить внимание, что фигурирующее в правой части включение строгое, т.е. $e_1(h)$ есть собственное подмножество в $e_2(h)$.

Утверждение о причинной несвязанности пары событий, т.е. $(e_1 \not\propto e_2)$ и $(e_2 \not\propto e_1)$ можно построить, комбинируя различными способами альтернативы из правой части (15). Нас будет интересовать следующий вариант:

$$\begin{aligned} (e_1 \not\propto e_2 \text{ и } e_2 \not\propto e_1) \Leftarrow \\ \exists h_1 \exists h_2 (e_1(h_1) \wedge e_1(h_2) \wedge e_2(h_1) \wedge e_2(h_2) \wedge (e_2(h_1) \subset \\ \subset e_1(h_1)) \wedge (e_1(h_2) \wedge e_2(h_2))) \end{aligned} \quad (16)$$

Правая часть этого соотношения утверждает, что есть история h_1 , в которой событие e_1 зафиксировано «раньше» события e_2 , и есть история h_2 , в которой порядок фиксации этих событий противоположен. Если искать аналог для данной ситуации в релятивизме, то представляется разумным ассоциировать (16) с двумя разными сценариями фиксации наблюдателем событий, разделенных пространственно-подобным интервалом. При одном сценарии судьба так распорядилась с наблюдателем, что он оказался вблизи события e_1 , и сигнал от этого события достиг наблюдателя раньше сигнала от события e_2 . Во втором сценарии ситуация противоположная. В нашей модели «наблюдателем» является Мультивидуум, со структурой памяти, включающей в себя как разные ветви то, что в приведенной иллюстрации называлось разными судьбами и сценариями. Назовем пару причинно несвязанных событий e_1 и e_2 , для которых верно утверждение из правой части (16) *пространственно разнесеными* и предложим следующий

ПОСТУЛАТ: *любые два совместных (вместе принадлежащих некоторому миру Белната) причинно несвязанных события являются пространственно разнесенными.*

Таким образом, этот постулат утверждает, что для совместных событий импликацию \Leftarrow в (16) следует заменить на эквивалентность \Leftrightarrow .

На языке бинарных отношений и соответствий приведенный постулат имеет, как легко понять, следующую форму:

$$\begin{aligned} W \times W - R_W \cup R_W^{-1} = & (Q \circ (P - D_\phi) \circ Q^{-1})_W \cap \\ & \cap (Q \circ (P - D_\phi)^{-1} \circ Q^{-1})_W, \end{aligned} \quad (17)$$

где слева стоит множество всех пар причинно несвязанных событий в мире W , а справа – множество всех пар пространственно разнесенных событий этого мира.

Поясним сказанное на простом примере. Рассмотрим пару событий e' и e'' таких, что некоторый набор $\{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ (дизъюнктных) подструктуру ветвления входит в оба события, а остальные дополнительные подструктуры ветвления в каждой из совокупностей дизъюнктны со всеми дополнительными подструктурами из другой совокупности. Данные события с очевидностью не являются причинно связанными. Казалось бы, можно назначить их общую подсовокупность $\{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ на роль события e , являющегося их общим причинным следствием. Тогда события e' и e'' попадут в любой мир Белнапа, в который войдет событие e . Это следует из замкнутости любого мира Белнапа по отношению к событиям-причинам. Однако, как легко заметить, e' и e'' не являются пространственно разнесенными событиями. Поэтому, если принять постулат (17), они должны быть несовместными. Следовательно, этот постулат лишает совокупность $\{F_1, F_2, \dots, F_n\}$ права быть событием.

В принципе, выражения (1), (14) и (17), взятые вместе, следует рассматривать как некоторое нетривиальное условие, накладываемое на соответствие Q . При выполнении этого условия множество миров Белнапа непусто и эти миры похожи в определенном смысле на мир пространственно локализованных событий с конечной скоростью распространения сигналов. Является ли данное условие совместности единственным, накладываемым на соответствие Q ? Есть по крайней мере еще одно очень естественное условие. А именно, среди событий обязательно должно присутствовать событие e_0 , чья совокупность подструктур ветвления состоит всего из одного элемента и этим элементом является сама исходная структура M памяти Мультивидуума. Это событие есть аналог Сотворения Мультиверса, оно есть причина любого другого события из Мультиверса и поэтому входит в любой мир. Мы имеем естественный вариант выполнения постулата Белнапа о непустом пересечении любой пары миров.

Обсуждение

В традиционной парадигме научного подхода считается адекватной идея объективной реальности, т.е. существования внешнего мира

«самого по себе». Соответственно все физические теории ориентировались на описание объективной реальности «пустого» (свободного от Мысли и Сознания) Мира. В предложенной работе сделана попытка провести альтернативный взгляд и попробовать рассматривать существование Мира (Мультиверса) в неразрывной связи с Наблюдателем. Вполне ожидаемым следствием такой исходной установки может явиться полное исчезновение сколько-нибудь самостоятельных атрибутов «Внешнего Мира» и превращение его в некоторую производную от структуры сознания и памяти Наблюдателя. Интересен вопрос о принципиальной возможности избежать столь радикального экстремизма. В рассмотренной модели это сделать не удается. Наблюдатель в нашей модели – это Мультивидуум с ветвящейся структурой памяти. Из характера этой структуры происходят в конечном счете свойства мира событий, которые могут быть соотнесены со временем (через причинную зависимость) и пространством (через понятие и постулат о пространственной разнесенности). Нетривиальный ветвящийся характер структуры памяти Мультивидуума должен оградить автора в некоторой, хотя и слабой, степени от обвинений в апологетике унылого солипсизма [10]. Вряд ли традиционный солипсист верит в факт *вполне объективного* существования бесчисленного множества своих судеб, в каждой из которых вне времени и пространства записан один из уникальных вариантов истории его впечатлений. И среди этих историй нет выделенной, т.е. нет «тонкой красной нити», проходящей через структуру памяти Мультивидуума, и только все вместе эти истории порождают воспринимаемый Мир событий, локализованных в пространстве и времени.

Отметим очевидные недостатки и предметы умолчания предлагаемой модели. Прежде всего, это не более чем структурная модель. Несмотря на центральное положение Мультивидуума, модель, по большому счету, не приближает нас к разгадке тайны Сознания. В модели отсутствует его важнейший атрибут – свобода воли. Нет даже объекта, к которому эта воля может быть приложена. Тем более, ничего не говорится о том, что можно было бы сопоставить в рамках структуры Мультивидуума множеству свободных волей. Некоторые косвенные заключения о возможном отношении предложенной модели к феномену Сознания все же сделать можно. Прежде всего, следует констатировать, что структура памяти Мультивидуума выступает не более как поставщик материала для построения

множества событий – Мультиверса. Само построение событий и причинных отношений между ними выполняется Сознанием. При этом построении в едином событии оказываются объединенными в единую совокупность некоторые подструктуры ветвления, т.е. разные фрагменты памяти Мультивидуума. Этот факт позволяет говорить о глобальном характере Сознания относительно структуры памяти. Сознание никак не может быть привязано ни к отдельным элементам структуры M , т.е. состояниям памяти, ни к историям – упорядоченным подмножествам этой структуры. В отличие от памяти Мультивидуума его Сознание (в рамках предлагаемой модели) не может быть ветвящимся.

Можно высказать также следующие соображения о необходимых ингредиентах понятийного аппарата любой модели, хотя бы в малой степени пригодной для описания работы сознания. Выскажем (возможно, спорное) предположение, что феномен сознания неразрывно связан с общением и языком. Для описания общения необходимо понятие объема информации, для чего, в свою очередь, необходимо появление в модели вероятностей. В нашей модели их нет.

Не совсем ясен статус соответствия Q , определяющего сам Мультиверс и богатство множества миров Белнапа. Выше было показано, что с принятием постулата о пространственной разнесенности мы должны лишить некоторые совокупности дизъюнктных подструктур ветвления статуса событий. В этой связи весьма уместно подумать о сравнительной ценности упомянутого постулата и единого понятия события, при котором существует взаимно однозначное соответствие между множеством всех событий и множеством *всех* совокупностей дизъюнктных подструктур ветвления. В случае выбора в пользу последнего соответствие Q становится тривиальным, т.е. сводится просто к индексации всевозможных таких совокупностей. Более того, в этом случае оказывается возможным естественным и простым образом наделить Мультиверс свойствами полной решетки (мы не будем обсуждать здесь такую возможность). Однако при этом встает проблема физической интерпретации понятия совместных причинно не связанных и пространственно не разнесенных событий. Ответа на вопрос о предпочтительности того или иного выбора пока нет.

Наконец, пока не ясна связь не только предложенной модели, но и всей концепции Приора – Белнапа, с другой общей теорией, в которой образ ветвящихся миров является центральным в интерпретации.

Имеется в виду эвереттовский подход к проблеме актуализации исхода квантово-механического измерения. Взаимодействие между этими двумя ветвями теории пока достаточно слабое, хотя уже есть очень интересные результаты, касающиеся интерпретации (в рамках модели ветвящегося пространства-времени) феномена корреляций типа Эйнштейна – Подольского – Розена [11]. Поэтому можно выражать осторожный оптимизм относительно перспектив взаимного влияния и даже возможного слияния данных направлений в недалеком будущем.

Настоящее состояние теории ветвящегося пространства-времени (и даже ее понятийного аппарата) делает ее совершенно непригодной для анализа гипотезы склеек Ю.А. Лебедева [12]. Возможно, трудности на этом пути те же, что и в отмеченной выше «проблеме Сознания». Ведь именно сознание идентифицирует некоторые наши впечатления как результат склеек. Эта идентификация предполагает некоторый культурный и научный контекст, что с очевидностью относит ее к явлениям несравненно более высокого порядка, чем элементарные причинно-следственные связи между событиями.

В связи с феноменом склеек представляется интересным подстрочное примечание на стр. 26 «постпринта» Белнапа [13]. Там он констатирует необъяснимое исчезновение из его опубликованной ранее работы некоторого материала по логическому анализу языковых конструкций, неявно отражающих ветвящуюся структуру нашего мира. Поэтому можно предположить, что явление склеек не обошло стороной самого создателя теории ветвящегося пространства-времени.

* * *

Автор признателен С.В.Анищику и Ю.А.Лебедеву за весьма стимулирующие обсуждения затронутых проблем и рецензенту работы за ценные критические замечания.

Примечания

1. См.: *Belnap N. Branching space-time // Synthese.* – 1992. – V. 92. – P. 385–434. Сам Белнап ныне настаивает на термине «ветвящиеся пространства-времени» как более адекватном.

2. См.: *Prior A. Past, Present, and Future.* – Oxford: Oxford University Press, 1967; *Thomason R.H. Indeterminist time and truth-value gap // Theoria.* – 1970. – V. 36. – P. 264–281; *McCall S. Objective time flow // Philosophy of science.* – 1976. – V. 43. – P. 337–362.

3. См.: *Kuchera F.* Causation // Journal of Philosophical Logic. – 1993. – V. 22. – P. 563–588; *Meixner U.* Events and their reality // Logic and Logical Philosophy. – 1994. – V. 2. – P. 23–33; *Xu M.* Causation in branching time (I): Transitions, events and causes // Synthese. – 1997. – V. 112 (2). – P. 137–192; *Wölfl S.* Events in branching time // Studia Logica. – 2003. – V. 79. – P. 255.
4. У Белнана используется термин «история», но мы зарезервируем его для других целей.
5. Заметим, однако, что наречие «естественно» может оказаться не более чем отражением интуитивного взгляда на предмет самого Белнана.
6. См.: *Prior A.* Past, Present, and Future.
7. См.: *Wölfl S.* Events in branching time.
8. См.: *Xu M.* Causation in branching time...
9. *Ibid.*
10. Сама по себе идея о серьезной пропаганде или критике «обычного» солипсизма достаточно забавна.
11. См.: *Belnap N.* EPR-like «Funny business» in the theory of branching space-times // Non-Locality and Modality / Eds. T. Placek and J. Butterfield. – Oxford: Kluwer Academic Publishers, 2001.
12. См.: *Лебедев Ю.А.* Неоднозначное мироздание: Апокрифические размышления о Стрелах Времени, летящих без руля и без ветрил. – Кострома, 2000.
13. См.: *Belnap N.* Branching space-time / <http://philsci-archive.pitt.edu>, 2003.

Институт автоматики и электротехники
СО РАН, г. Новосибирск

Il'ichev, L.V. On the model of branching space-time

The paper considers integration of Prior's model of branching time and Belnap's model of branching space-time within a united theory. Branching time is substituted with a respective construction of Multividuum's memory, events along with mutual spatial-temporal relations arising from its sub-constructions.