УДК: 165.0
DOI: 10.15372/PS20250506
EDN: OFOWKV

Е.В. Борисов

ЛОГИЧЕСКАЯ ПРЕЗЕНТАЦИЯ ПОЗНАВАЕМОСТИ

В статье рассматривается предложенная К. Проиетти репрезентация познаваемости средствами гибридной эпистемической логики первого порядка. Данная логика содержит алетическую и эпистемическую модальности, а также сентенциональные и термовые гибридные операторы. Выявлены два недостатка данной формализации и предложены две ее модификации, устраняющие эти недостатки.

Ключевые слова: познаваемость, логическая формализация, *de re, de dicto*, эпистемическая логика, гибридная логика.

E.V. Borisov

LOGICAL PRESENTATION OF KNOWABILITY

The paper examines the logical representation of knowability in terms of the first-order hybrid epistemic logic proposed by C. Proietti. This logic contains alethic and epistemic modalities, and hybrid operators. Two drawbacks of Proietti's formalization are shown and two modifications thereof are suggested.

Keywords: knowability, logical formalization, *de re, de dicto*, epistemic logic, hybrid logic.

Введение

Понятие знания имеет ряд интуитивно привлекательных репрезентаций (формализаций) в различных эпистемических логиках, однако логическая репрезентация познаваемости остается открытой проблемой. Одна из наиболее острых проблем, связанных с формализацией познаваемости, состоит в следующем. Познаваемость пропозиции φ – это возможность знания φ, поэтому формула, репрезентирующая познаваемость φ, должна иметь вид ◊(…K(…φ')), где φ' – это результат некоторого преобразования φ[1]. Допустим, φ содержит кванторы или индивидные константы, требующие интерпретации *de re*. В этом случае репрезентация познаваемости данной пропозиции должна сохранять интерпретацию *de re* для этих кванторов и констант, однако в ◊(…K(…φ')) они попадают в область действия операторов ◊ и K и, как следствие, получают интерпретацию *de dicto*. Одно из решений этой проблемы было предложено К. Проиетти: он предложил формализацию познаваемости средствами бимодальной гибридной логики первого порядка FHL (first-order hybrid logic) [8]. Это решение является предметом обсуждения в данной статье: я покажу, что оно имеет ряд недостатков и предложу две его модификации, которые эти недостатки частично устраняют.

В первой части статьи я описываю упрощенную версию FHL; во второй описываю предложенную Проиетти формализацию познаваемости; в третьей показываю два ее недостатка и предлагаю две ее модификации, призванные эти недостатки устранить; в заключении указываю на некоторые задачи, требующие решения.

1. Синтаксис и семантика FHL

Алфавит FHL содержит алфавит стандартной логики первого порядка, а также модальные операторы ◊ и K, счетное множество переменных для возможных миров, термовый гибридный оператор *s*: и сентенциональные гибридные операторы ↓*s*. и $@_s$, где *s* –

[1] В самом простом случае φ' = φ. Стоит отметить, что формула, репрезентирующая познаваемость φ, не может иметь вид ◊Kφ, поскольку эта репрезентация познаваемости порождает проблему, известную как парадокс Фитча [4, 7].

переменная для возможных миров[1]. Множество термов FHL рекурсивно определяется следующим образом:

$$t ::= x \mid a \mid s{:}t,$$

где x – индивидная переменная, a – индивидная константа, s – переменная для возможных миров. Множество формул FHL определяется так:

$$\varphi ::= P(t_1, \ldots, t_n) \mid s \mid {\sim}\varphi \mid (\varphi_1 \& \varphi_2) \mid \Diamond\varphi \mid \mathrm{K}\varphi \mid {\downarrow}s.\varphi \mid @_s\varphi \mid (\exists x)\varphi,$$

где P – n-местный предикат (n – положительное натуральное число), $t_1, \ldots, t_n$ – термы, x – индивидная переменная, s – переменная для возможных миров.

Модель FHL – это кортеж $M = \langle G, R, E, D, d, I\rangle$, где G – непустое множество возможных миров; R – алетическое отношение достижимости; E – эпистемическое отношение достижимости; D – непустое множество (домен модели), d – доменная функция, назначающая каждому возможному миру непустое подмножество D; I – интерпретация констант и предикатов, такая что: a) если c – константа, а w – возможный мир, то $I(c, w) \in D$; b) если P – n-местный предикат, а w – возможный мир, то $I(c, w) \subseteq D^n$.

Оценка переменных в модели $\langle G, R, E, D, d, I\rangle$ – это функция, отображающая множество индивидных переменных на D, а множество переменных для возможных миров – на G. Пусть g – оценка переменных в модели $M = \langle G, R, E, D, d, I\rangle$, x – индивидная переменная, s – переменная для возможных миров, $e \in D$, $w \in G$. Тогда $g[e/x]$ – это оценка переменных в M, отображающая x на e, а все переменные, отличные от x, на $g(x)$. Аналогично для $g[w/s]$. Пусть

[1] Описание FHL дано по [8, p. 10-13]. Описанная здесь версия FHL упрощена в сравнении с оригинальной версией в следующих трех аспектах. 1) У Проиетти язык FHL содержит функциональные термы, которые я здесь игнорирую. 2) Проиетти включает в язык FHL номиналы – характерные для гибридной логики атомарные формулы, каждая из которых интерпретируется (в данной модели) как истинная в одном и только одном возможном мире. Номиналы я тоже игнорирую. 3) Оператор аскрипции знания у Проиетти индексирован термом, т.е. выглядит как K_t. Интуитивно $\mathrm{K}_t\varphi$ означает, что денотат t знает, что φ. Используемую здесь упрощенную версию FHL можно рассматривать как логику знания для одного агента. Перечисленные упрощения несущественны для дальнейшего: они позволяют сократить рассуждения, но не влияют на результат статьи. Специфика гибридной логики подробно описана, в частности, в [3].

$M = \langle G, R, E, D, d, I\rangle$ – модель, w – возможный мир в M, а g – оценка переменных в M. Тогда денотат терма t в M для w при g обозначается как $\delta(t, w)$ и определяется следующим образом: 1) если t – индивидная переменная, то $\delta(t, w) = g(t)$; 2) если t – индивидная константа, то $\delta(t, w) = I(t, w)$; 3) если $t = s{:}u$, где s – переменная для возможных миров, а u – терм, то $\delta(t, w) = \delta(u, g(s))$.

Пусть $M = \langle G, R, E, D, d, I\rangle$ – модель, w – возможный мир в M, а g – оценка переменных в M. Тогда истинность относительно M, w и g определяется следующим образом:

$M, w, g \vDash P(t_1, ..., t_n)$ е.т.е. (если и только если) $\langle\delta(t_1, w), \ldots, \delta(t_n, w)\rangle \in I(P, w)$;

$M, w, g \vDash {\sim}\varphi$ е.т.е. $M, w, g \nvDash \varphi$; аналогично для &;

$M, w, g \vDash \Diamond\varphi$ е.т.е. $M, u, g \vDash \varphi$ для некоторого u, такого что wRu;

$M, w, g \vDash K\varphi$ е.т.е. $M, u, g \vDash \varphi$ для каждого u, такого что wEu;

$M, w, g \vDash {\downarrow}s.\varphi$ е.т.е. $M, w, g[w/s] \vDash \varphi$;

$M, w, g \vDash @_s\varphi$ е.т.е. $M, g(s), g \vDash \varphi$;

$M, w, g \vDash (\exists x)\varphi$ е.т.е. $M, u, g[e/x] \vDash \varphi$ для некоторого $e \in D(w)$.

2. Репрезентация познаваемости в FHL

Мы рассмотрим познаваемость только применительно к негибридным пропозициям, т.е. к формулам, не содержащим гибридных операторов. В FHL познаваемость репрезентируется с использованием функции перевода – функции от негибридных формул к формулам, которая определяется относительно двух переменных для возможных миров [8, p. 18]. Обозначим функцию перевода для переменных s и r как $\sigma[s, r]$. Эта функция определяется рекурсивно следующим образом:

$\sigma[s, r](P(t_1, ..., t_n)) = P(s{:}t_1, ..., s{:}t_n)$, где $t_1, ..., t_n$ – индивидные переменные или константы;

$\sigma[s, r]({\sim}\varphi) = {\sim}\, \sigma[s, r](\varphi)$;

$\sigma[s, r](\varphi\&\psi) = \sigma[s, r](\varphi)\ \&\ \sigma[s, r](\psi)$;

$\sigma[s, r]((\exists x)\varphi) = @_s(\exists x)@_r\sigma[s, r](\varphi)$;

$\sigma[s, r](\Diamond\varphi) = \Diamond{\downarrow}q.\sigma[s, q](\varphi)$, где q – новая переменная для возможных миров;

$\sigma[s, r](K\varphi) = K{\downarrow}q.\sigma[s, q](\varphi)$.

Познаваемость (негибридной) пропозиции φ репрезентируется так:

$\downarrow s.\Diamond\downarrow t.\mathrm{K}\sigma[s, t](\varphi)$[1] (1)

Преимущество (1) как формализации познаваемости состоит в том, что при оценке формул вида (1) относительно мира w некоторой модели все константы и кванторы в φ интерпретируются относительно w, т.е. получают интерпретацию *de re.* Например, познаваемость пропозиции $\mathrm{P}(a)$ выражается формулой $\downarrow s.\Diamond\downarrow t.\mathrm{K}.[s, t](\mathrm{P}(s{:}a))$, т.е.

$\downarrow s.\Diamond\downarrow t.\mathrm{K}.\mathrm{P}(s{:}a)$. (2)

Истинностные условия (2) таковы: M, w, $g \models$ (2) е.т.е. для некоторого w_1, такого что $w\mathrm{R}w_1$, и для любого w_2, такого что $w_1\mathrm{E}w_2$, $\mathrm{I}(a, w) \in \mathrm{I}(\mathrm{P}, w_2)$. Как видим, здесь используется $\mathrm{I}(a, w)$, т.е. денотат a для w; таким образом, в (2) a имеет интерпретацию *de re.*

3. Критика и предложения

Предложенная Проиетти формализация познаваемости имеет ряд недостатков. В этом разделе показаны два ее недостатка[2] и предложена ее модификация, которая эти недостатки устраняет.

I. С использованием (1) познаваемость $(\exists x)\mathrm{P}(x)$ выражается формулой

$\downarrow s.\Diamond\downarrow t.\mathrm{K}@_s(\exists x)@_t\mathrm{P}(s{:}x)$ (3)

В силу данного выше определения истины, имеет место следующее:

M, w, $g \models$ (3) е.т.е. для некоторого w_1, такого что $w\mathrm{R}w_1$, и для любого w_2, такого что $w_1\mathrm{E}w_2$, существует объект $e \in \mathrm{D}(w)$, такой что $e \in \mathrm{I}(\mathrm{P}, w_1)$.

---

[1] Данное здесь определение функции перевода и познаваемости несколько отличаются от оригинальных. Это обусловлено тем, что, как отмечено выше, я использую упрощенную версию FHL.

[2] Некоторые дополнительные критические замечания по трактовке познаваемости у Проиетти представлены в [1; 2].

Здесь важно, что переменная w_2, не используется в утверждении «существует объект $e \in D(w)$, такой что $e \in I(P, w_1)$». Это значит: если допустить, что в M каждый возможный мир имеет эпистемическую альтернативу[1], то указанные истинностные условия эквивалентны следующим:

M, w, $g \vDash$ (3) е.т.е. для некоторого w_1, такого что wRw_1, существует объект $e \in D(w)$, такой что $e \in I(P, w_1)$.

Но эти истинностные условия совпадают с истинностными условиями $(\exists x)\Diamond P(x)$, т.е. оказывается, что, как ни странно, (3) семантически эквивалентно $(\exists x)\Diamond P(x)$. Странно здесь то, что в $(\exists x)\Diamond P(x)$ отсутствует эпистемический оператор, что лишает эту формулу какого-либо эпистемического смысла, однако эта формула оказывается эквивалентна эпистемическому утверждению о познаваемости.

Аналогичный пример: познаваемость $(\exists x)\Diamond P(x)$ выражается формулой $\downarrow s.\Diamond\downarrow t.K@_s(\exists x)@_t\Diamond\downarrow r.P(s{:}x)$, которая эквивалентна $(\exists x)\Diamond\Diamond P(x)$. Как и в первом примере, утверждение о познаваемости оказывается эквивалентно формуле, не содержащей оператора K, а значит, не имеющей эпистемического смысла.

Итак, первый недостаток предложенной Проиетти формализации познаваемости состоит в том, что познаваемость некоторых пропозиций выражается формулами, не имеющими эпистемического смысла. Для устранения этого недостатка я предлагаю выражать познаваемость пропозиции φ следующим образом:

$$\downarrow s.\Diamond K\downarrow t.\sigma[s, t](\varphi) \tag{4}$$

Как видим, (4) отличается от (1) только тем, что оператор $\downarrow t.$, который в (1) расположен слева от K, в (4) расположен справа от K. Эта малозаметная модификация (1) устраняет указанный недостаток. В самом деле, применив (4) к $(\exists x)P(x)$, мы получим:

$$\downarrow s.\Diamond K\downarrow t.@_s(\exists x)@_t P(s{:}x) \tag{5}$$

[1] Это условие выполняется, например, если мы в определении модели укажем, что E рефлексивно. В эпистемической логике рефлексивность эпистемического отношения достижимости является стандартной характеристикой моделей, потому что она обеспечивает общезначимость стандартного принципа фактичности знания: $K\varphi \to \varphi$.

Истинностные условия (5) таковы: M, w, $g \vDash$ (5) е.т.е. для некоторого w_1, такого что wRw_1, и для любого w_2, такого что w_1Ew_2, существует $e \in D(w)$, такой что $e \in I(P, w_2)$. Как видим, здесь отношение эпистемической достижимости используется существенным образом, т.е. его невозможно переписать без использования E. Соответственно, истинностные условия (5) невозможно выразить без использования эпистемического оператора[1]. Нетрудно убедиться в том, что подобным образом дело обстоит с утверждением о познаваемости $(\exists x)\Diamond P(x)$. Таким образом, предложенная модификация (1) решает указанную проблему.

II. В формуле, репрезентируающей познаваемость пропозиции φ, будь то на основе (1) или (3), все константы в φ интерпретируются *de re.* Однако во многих случаях имеет смысл интерпретировать константы *de dicto* (например, если мы используем константу как формальный эквивалент определенной дескрипции), и часто необходима комбинированная интерпретация, когда в одной и той же формуле некоторые константы интерпретируются *de re,* а некоторые – *de dicto*. Однако (1), как и (4), не допускают интерпретации *de dicto.* Для устранения этого недостатка я предлагаю добавить в алфавит формального языка λ-оператор и внести следующие изменения в синтаксис и семантику FHL, а также в определение функции перевода:

1. Включить в определение формулы пункт: $(\lambda x.\varphi)(c)$ (φ – формула, с – константа).

2. Включить в определение истины пункт: M, w, $g \vDash (\lambda x.\varphi)(c) \Leftrightarrow$ M, w, $g[I(c, w)/x] \vDash \varphi$.

3. В определении $\sigma[s, r]$ заменить пункт для атомарных формул в определении $\sigma[s, r]$ следующим: если φ – атомарная формула, то $\sigma[s, r](\varphi) = \varphi$.

4. В определении $\sigma[s, r]$ добавить пункт: $\sigma[s, r]((\lambda x.\varphi)(c)) =$ $= @_s(\lambda x.@_r\sigma[s, r](\varphi))(c)$.

[1] Более того, эти истинностные условия невозможно выразить без использования гибридных операторов. Это обусловлено тем, что данные истинностные условия содержат кросс-мировую квантификацию: переменная e пробегает по домену w, тогда как предикат P интерпретируется относительно мира w_2. Феномен кросс-мировой квантификации и его отображение средствами гибридной логики детально обсуждается в [6].

λ-оператор позволяет на объектном языке определять, какие константы требуют интерпретации *de re,* а какие – интерпретации *de dicto*[1]. Например, в формуле $(\lambda x.\Diamond \mathrm{P}(x, b))(a)$ константа a имеет интерпретацию *de re*, b – *de dicto* (поскольку a не попадает, а b попадает в область действия ◊). Интуитивный смысл познаваемости требует, чтобы тезис о познаваемости этой пропозиции сохранял эту интерпретацию констант. Убедимся в том, что предложенная трактовка познаваемости выполняет это требование. Познаваемость этой пропозиции с учетом (4) и с использованием модифицированного определения функции перевода выражается формулой

$$\downarrow s.\Diamond \mathrm{K}\downarrow t.@_s(\lambda x.@_t\Diamond\downarrow r.\mathrm{P}(x, b))(a) \tag{6}$$

С учетом дополненного определения истины мы получаем:

M, w, $g \vDash$ (6) е.т.е. для некоторого w_1, такого что $w\mathrm{R}w_1$, и для любого w_2, такого что $w_1\mathrm{E}w_2$, существует w_3 , такой что $w_2\mathrm{R}w_3$, $\langle \mathrm{I}(a, w), \mathrm{I}(b, w_3)\rangle \in \mathrm{I}(\mathrm{P}, w_3)$.

Как видим, здесь используется денотат a в w и денотат b в w_3, т.е. a имеет интерпретацию *de re*, b – интерпретацию *de dicto*, что и требовалось.

Заключение

Предложенная трактовка познаваемости средствами (модифицированной) FHL устраняет недостатки теории Проиетти, указанные в предыдущем разделе. Однако эта трактовка познаваемости тоже не является совершенной; она оставляет открытыми как минимум две проблемы.

1) Она не допускает интерпретацию *de dicto* для кванторов. Однако в некоторых случаях интуитивный смысл пропозиции φ требует такой интерпретации, поэтому в утверждении о познаваемости φ эту интерпретацию необходимо сохранить.

2) В пропозиции φ константы могут иметь не только интерпретацию *de re* или *de dicto,* но и промежуточную интерпретацию. Например, в $\Diamond(\lambda x.\Diamond \mathrm{P}(x))(c)$ константа c имеет промежуточную интерпретацию: она интерпретируется *de dicto* относительно одного оператора возможности и *de re* относительно другого.

[1] Такое использование λ-оператора в модальной логике детально описано в [5].

Эта интерпретация должна быть сохранена и в формуле, выражающей познаваемость φ. Однако предложенная трактовка познаваемости отождествляет промежуточную интерпретацию с интерпретацией *de re:* познаваемость $\Diamond(\lambda x.\Diamond \mathrm{P}(x))(c)$ выражается формулой $\downarrow s.\Diamond \mathrm{K}\downarrow t.\Diamond\downarrow r.@_s(\lambda x.@_r\Diamond\downarrow q.\mathrm{P}(x))(c)$, в которой c имеет интерпретацию *de re.*

Устранение указанных недостатков предложенной трактовки познаваемости является задачей для дальнейшей работы.

Литература

1. *Борисов Е.В.* Познаваемость в гибридной эпистемической логике // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. 2023. 76. С. 11–17. DOI 10.17223/1998863X/76/2.

2. *Борисов Е.В.* О двух формализациях принципа познаваемости *de re* // Омский научный вестник. Общество. История. Современность. 2024. Т. 9. № 4. С. 58-62. DOI: 10.25206/2542-0488-2024-9-4-58-62.

3. *Braüner T.* Hybrid Logic and its Proof-Theory. Dordrecht: Springer, 2011.

4. *Brogaard B., Salerno J.* Fitch's Paradox of Knowability // The Stanford Encyclopedia of Philosophy: https://plato.stanford.edu/entries/fitch-paradox. 2019.

5. *Fitting M., Mendelsohn R. L.* First-Order Modal Logic. Dordrecht: Springer, 2023.

6. *Kocurek A.W.* The problem of cross-world predication // Journal of Philosophical Logic. 2016. 45(6). P. 697–742. DOI 10.1007/s10992-015-9389-z.

7. *Fitch F.* A Logical Analysis of Some Value Concepts // Journal of Symbolic Logic. 1963. Vol. 28. P. 113–118.

8. *Proietti C.* The Fitch-Church Paradox and First Order Modal Logic // Erkenntnis. 2016. Vol. 81. P. 87–104.

References

1. *Borisov E.V.* Poznavayemost' v gibridnoy epistemicheskoy logike [Knowability in hybrid epistemic logic] // Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Filosofiya. Sociologiya. Politologiya – Tomsk State University Journal of Philosophy, Sociology and Political Science. [Tomsk State University Journal of Philoso-phy, Sociology and Political Science]. 2023. № 76. С. 11–17. DOI 10.17223/1998863X/76/2. (In Russian.)

2. *Borisov, E.V.* (2024) O dvukh formalizatsiyakh printsipa poznavayemosti de re [On two formalizations of the principle of knowability de re] Omskiy Nauchnyy Vestnik. Obshchestvo. Istoriya. Sovremennost'. [Omsk Scientific Bulletin. Series Society. History. Modernity]. 9(4). P. 58–62.

3. *Braüner, T.* (2011) Hybrid Logic and its Proof-Theory. Dordrecht: Springer.

4. *Brogaard, B., Salerno, J.* (2019) Fitch's Paradox of Knowability. The Stanford Encyclopedia of Philosophy. At: https://plato.stanford.edu/entries/fitch-paradox.

5. *Fitch, F.* (1963) A Logical Analysis of Some Value Concepts. Journal of Symbolic Logic. 28. P. 113–118.

6. *Fitting, M., Mendelsohn, R. L.* (2023) First-Order Modal Logic. Dordrecht: Springer.

7. *Kocurek, A.W.* (2016) The problem of cross-world predication. Journal of Philosophical Logic. 45(6). P. 697–742.

8. *Proietti, C.* (2016) The Fitch-Church Paradox and First Order Modal Logic. Erkenntnis. 81. P. 87–104.

Информация об авторе

Борисов Евгений Васильевич – доктор философских наук, главный научный сотрудник Института философии и права СО РАН (630090, Новосибирск, ул. Николаева, 8).

borisov.evgeny@gmail.com

Information about the author

Borisov Evgeny Vasilyevich – Doctor of Sciences (Philosophy), Chief Researcher at the Institute of Philosophy and Law, Siberian Branch of the Russian Akademy of Sciences (8, Nikolaev st., Novosibirsk, 630090, Russia).

borisov.evgeny@gmail.com)

Дата поступления 10.04.2025
Принята к печати 11.12.2025