



Проблемы логики и методологии науки

ТЕОРЕТИЗАЦИЯ АНТИНОМИЙ: МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

С.К. Черепанов

Рассматривается классическая проблема преодоления антиномий в основаниях логики и математики. В качестве средства «борьбы» с антиномиями предлагается их теоретизация. Обосновывается тезис о том, что антиномии могут выступать как инструментальное средство («прибор»), позволяющее проникнуть в дотеоретический «мир множеств», который предлагается ассоциировать с домыслительным состоянием языка.

Ключевые слова: антиномия, знак, множество, мыслегенез

1. Объектоцентризм и объектоконструирование в современной философии математики

Рассматривая известные теоретико-множественные (ТМ) антиномии, а также их многочисленные модификации, несложно подметить одно весьма общее обстоятельство, связанное с предлагаемыми способами разрешения этих антиномий. Их итогом, как правило, оказывается некоторое новаторство в предметной области антиномичной теории, т.е. в Универсуме (У) теории множеств.

Будем называть подобное новаторство объектоконструированием, а сам подход, обладающий данной особенностью, объектоцентричным. Примерами объектоцентричного подхода являются все известные на сегодняшний день варианты аксиоматических систем ТМ, различные теоретико- типовые реконструкции канторовской теории, а также радикальные предложения, идущие от П. Вopenки, связанные с развитием теории полумножеств и альтернативной математики.

Пожалуй, лишь «интуиционистскую ересь» нельзя в полной мере считать объектоцентризмом, так как основной акцент в интуиционизме сделан на реформировании метода, применяемого в математических рассуждениях, – классической двузначной логики. Оставляя в стороне вопрос о том, чем в действительности является «девиантная», по выражению У. Куайна, логика интуиционизма, будем рассматривать ее как частный случай методологического новаторства, инспирированный парадоксами. Не вдаваясь в содержательные нюансы понятия методологического новаторства, мы хотели бы подчеркнуть, что оно отнюдь не исчерпывается каким-либо вариантом реформирования логики. Основная суть методологического новаторства состоит не столько в предъявлении новой логической системы, сколько в самом процессе обновления имеющегося инструментария, который, конечно, включает в себя момент онтологической новизны, но не исчерпывается этим. Учитывая эти условия, мы предлагаем использовать в качестве альтернативы объектоцентризму неэкстенциональный подход.

Неэкстенциональный подход к разрешению антиномий мы рассматриваем как реализацию специфического методологического творчества, непосредственно не связанного с объектоконструированием. На возможность такого рода проектов указывают, в частности, А. Френкель и Й. Бар-Хиллел. Анализируя литературу об антиномиях ТМ, они педантично замечают, что «большая часть этой литературы посвящена частичным решениям различных антиномий, не указывающим никакого общего методологического пути и частично противоречащим друг другу» [1].

Не станем вступать в полемику по поводу этого замечания, ссылаясь, к примеру, на Рассела или Лесневского, искавших общий для всех антиномий «недостаток». Тем более, что с формальной стороны Френкель и Бар-Хиллел абсолютно правы, ведь их замечание относится не к отдельным мыслителям, но характеризует массовые публикации. Однако само это замечание не получило какого-либо конкретного развития. Ограничившись изложением и комментированием наиболее влиятельных взглядов на природу антиномий, эти авторы не предложили собственного методологического пути их разрешения [2].

Не лишним будет упомянуть здесь еще об одном факторе, оказавшем, по-видимому, влияние на научное сообщество. Мы имеем в виду ценностные установки философии диалектического мате-

риализма, в соответствии с которыми предпочтение отдавалось не решению научных проблем, а декларированию их объективного характера. В свете этого важнее было подчеркнуть, что парадоксы являются отражением диалектической противоречивости сущего, например противоречивости формы и содержания, общего и отдельного и т.п. Вместо поиска определенных способов разрешения парадоксов проводились диалектические спекуляции, находившие отклик и в зарубежной философии науки (Л. Витгенштейн, Г. Прист и др.).

Критикуя диаматовскую традицию фетишизации проблемности и противоречивости, мы в то же время не можем не признать, что ответственный подход к проблеме антиномий не мог претендовать на успех, локализуя эти антиномии в рамках отдельной теоретической области. Вот почему сразу же после открытия антиномий ТМ начался поиск единого решения не только теоретико-множественных, но и семантических антиномий. Однако разброс в оценках и отсутствие общепризнанных результатов предопределили скепсис в отношении существования общего метода разрешения парадоксов, обусловили крен в сторону частичных, изолированных рассмотрений отдельных антиномий, что и было констатировано Френкелем и Бар-Хиллелом.

Оговоримся, что из общего русла посвященных парадоксам исследований следует исключить работы Гильберта и его школы. Гильберт не занимался проблемой антиномий, он решал более общую, на его взгляд, стратегическую задачу – задачу обоснования математики.

В целом же в исследовании антиномий можно выделить три направления. Первое – это Цермело и его последователи, предлагавшие осуществить строгую реконструкцию канторовской теории на аксиоматической основе. Второе направление – Рассел, Хао Ван и многочисленные реформаторы языковых средств, предлагавшие модифицировать языковую основу ТМ: ввести различные сорта, категории и т.п. Наконец, третье направление требовало реформы всей классической логики, основанной на конечном опыте, а потому не экстраполируемой на область бесконечного [3].

Разумеется, нельзя считать приведенную классификацию исчерпывающей. Но в одном Френкель и Бар-Хиллел правы: «...в традиционной математике не было решительно ничего, что могло бы служить в качестве основания для устранения антиномий... Не-

который отход от привычных способов мышления явно необходим, хотя место этого отхода заранее не ясно» [4].

На наш взгляд, вряд ли оправданно соревноваться в пронизательности и акцентировать внимание на деталях того, где именно начинается отход от привычных способов мышления. Важнее понять, что получится в итоге, куда такой отход ведет и насколько он прагматически оправдан. Для начала вполне достаточно констатировать, что причиной антиномий является *смешение различных категорий сущего*.

Сам по себе феномен смешения, или отождествления различного, не является каким-то чужеродным для математики приемом. Любой акт абстрагирования реализуется подобным образом. Другое дело, если такой шаг осуществляется спонтанно, вопреки декларируемой установке на сохранение избранного категориального содержания, т.е. вопреки нормам и стандартам логического анализа. В частности, при осуществлении процедуры определения понятий (терминов). «Все антиномии, – пишут Френкель и Бар-Хиллел, – как логические, так и семантические, имеют общее свойство, которое грубо и нестрого можно определить как самоприменимость. В любой из этих антиномий та сущность, о которой идет речь, определяется или характеризуется посредством некоторой совокупности, к которой она сама принадлежит. По-видимому, во всех приводящих к таким антиномиям рассуждениях есть некоторый круг, и вполне понятно именно в этом видеть корень зла. Однако решительное исключение всех рассуждений, включающих любой вид самоприменимости, есть явно слишком сильное средство... Есть бесконечное множество самых обычных способов выражения, являющихся самоприменимыми и, однако, абсолютно безвредными и удобными (например, «самый высокий баскетболист в команде») [5].

Френкель и Бар-Хиллел, безусловно, правы: самоприменимость не всегда оборачивается парадоксами. Они возникают лишь тогда, когда с помощью самоприменимости пытаются восполнить дефицит исходной определенности. Про самого высокого баскетболиста в команде мы знаем достаточно, чтобы не заблудиться в трех соснах и не начать смешивать определяемое с определяющим. Мы совершенно точно знаем, что значит «быть высоким», и упоминание «самый высокий» является простым уточнением того, что индивид, удовлетворяющий этому свойству, один. Иначе говоря, пока мы зна-

ем, о каких объектах идет речь, самоприменимость не опасна: сами объекты никак не трансформируются посредством их упоминания.

Иное дело, если мы изначально не знаем специфики объектной среды или знаем ее недостаточно. Так, в частности, может обстоять дело с абстрактными сущностями. Здесь любое упоминание о них, включая и заявление о том, что они образуют множество, может оказаться совсем не безобидным. Таким образом, для изначально нечеткой ситуации самоприменимость небезвредна: с ней автоматически начинает ассоциироваться установка на преодоление информационного дефицита. И это можно использовать.

Когда же наступила «эпоха изначальной нечеткости» в математике? На наш взгляд, ее становление связано с логицистским «прочтением» канторовской ТМ.

В своем генезисе канторовская ТМ была теорией множеств математических объектов, не претендующей на оперирование объемами произвольных понятий, количественный состав которых мог зависеть от природы рассматриваемых сущностей (элементов объема) [6]. Но канторовская ТМ была теорией математических объектов до известного предела – до тех пор, пока не возникла проблема понимания «математического объекта», а перед мысленным взором исследователей маячили лишь сущности известного вида – числа и их функции (включая редуцируемые к ним геометрические конструкции), так что всегда было в принципе ясно, о множестве каких элементов идет речь, а условие, формулируемое относительно такого свойства, лишь уточняло его границы в рамках избранного проблемного контекста.

Очевидно, что при переходе к рассмотрению множеств, состоящих из произвольных абстрактных сущностей, традиционный проблемный математический контекст мог деформироваться или вовсе исчезнуть. Соответственно, «плыла» традиционная определенность. Вот как пишет об этом С. Клини. «...До современной эпохи критицизма математики обычно считали, что они имеют дело с системами объектов, порождаемыми генетически теми определениями, которые предназначены для полного описания их структуры. Считалось, что теоремы выражают истины, относящиеся ко всяким системам объектов, удовлетворяющим аксиомам» [7]. Парадоксы дали повод сомневаться в этих принципиальных допущениях, в связи с чем сформировалась гильбертовская программа обоснования математики. В основе программы лежало представление о существова-

нии исходной математической определенности – интуитивно ясного образа последовательности, понятийным оформлением которой является ряд натуральных чисел, а любые дальнейшие модификации оказываются не более чем консервативным расширением арифметики натуральных чисел.

Чтобы не возвращаться более к этим сюжетам, заметим, что само представление об интуитивной ясности доматематического образа последовательности, на наш взгляд, не является ясным. В этом плане апелляция к идее натурального числа как носителя исходной определенности кажется весьма сомнительной, так что вопрос «что есть число?» не без оснований можно назвать основным вопросом философии математики [8].

Если продолжать обсуждение приведенного высказывания С. Клини, следует упомянуть о неявном задании систем объектов посредством формально аксиоматического метода, использованного Гильбертом в «Основаниях геометрии». Хорошо известно, что данный подход позволяет в широких пределах отвлекаться от специфики предметной области соответствующей теории. По сути дела, предметом внимания становится уже математическая структура, т.е. отношение «в чистом виде», выражаемое в словаре конкретной теории. Переход от множеств определенных математических объектов к произвольным множествам (которые удобно по примеру логики называть классами) вполне вписывался в общую тенденцию унификации предметной области математических рассуждений. Тем не менее введение произвольных множеств явилось качественным скачком в русле данной тенденции.

Множество в первоначальном смысле требовало отчетливой различимости всех его элементов и потому действительно удовлетворяло интуитивному представлению об отношении, задаваемом посредством упоминания порядка, связывающего объекты данного отношения (что так вдохновляло Дедекинда). Однако новаторство логицистов, принявших отождествление произвольного множества с классом, позволяло отказаться от требования «элементной отчетливости». Классы в большей степени годились для экстенционального представления свойств множеств (свойств отношений, но не их самих), что и было узаконено в соответствующих определениях [9].

Впрочем, существование классов можно завуалировать посредством признания неоднородности предметного универсума для ТМ, заявив, например, что не каждому множеству из \mathcal{U} позволено

быть элементом какого-либо множества, т.е. не всегда уже имеющиеся совокупности можно использовать в качестве строительного материала для получения новых совокупностей [10]. Можно еще добавить, что не всякое множество идентифицируется упоминанием своих элементов, – иногда такая процедура может обернуться антиномией. Разумеется, вполне резонно назвать не идентифицируемые собственными элементами совокупности классами. Например, так называемые «неизмеримые множества» будут классами. Однако оказывается, что классы не подчиняются принципу сравнения мощностей, т.е. не имеют мощностной определенности. Тогда правомерен вопрос: на каком основании для разнородного $У$ вводится единый операциональный ресурс?

В действительности, как будет показано ниже, проблема неоднородности предметной области ТМ не может быть удовлетворительно решена посредством «онтологических новаций», т.е. на пути объектоконструирования. В этом смысле ни классы, ни любые иные сорта объектов, выделяемые в $У$, ни даже требование поэтапного конституирования самого $У$ [11] не спасают положения. Значит ли это, что феномен нового не может получить корректного теоретического представления? Полагаем, что такой вывод был бы чересчур категоричным. Данный феномен, конечно, не может быть связан с какими-то завершенными онтологическими новациями, будь то класс, полумножество или что-то еще. Сказанное, впрочем, не следует понимать как выпад против возможности конструирования новых объектов. Но ситуация тут весьма непростая. С одной стороны, мы должны признать, что новизна, новый взгляд на вещи – это качество, присущее человеку. Оно характеризует эвристический потенциал мышления и потому не может быть исчерпано какой-то одной предметной областью. С другой стороны, «объектная определенность» не может целиком зависеть от познающего субъекта – в ней безусловно присутствует «онтологическая составляющая», даже если сами объекты носят абстрактный характер. Соответственно, актуализируя новые виды предметных сущностей, мы должны допускать, что с их помощью реализуется некая не зависящая от нас определенность. И мы не должны видеть в ней нечто неполноценное, второсортное. Остается предположить, что хотя феномен нового и не может не иметь объектного (онтологического) воплощения, любое подобное воплощение односторонне, неполно и рано или поздно должно быть пересмотрено.

Это же самое можно выразить в иной форме: никакая определенность не может быть безусловной и самодостаточной (абсолютной). Момент обусловленности определенности отражен в представлении об относительности, неполноте и несовершенстве наших знаний, воплощенных в завершенных (строгих) системах. Таким образом, ограничительные теоремы Геделя оказываются несокрушимым аргументом против объектоцентризма.

Несомненно, что человеческое мышление в целом – творческий процесс. Значит каждый акт мысли содержит момент новизны. Как такое может быть? Не выглядит ли это неадекватным? Нет, не выглядит. Любой человек непрерывно меняется, и даже повторяя одни и те же слова в контексте различных событий, он связывает с ними особый, свойственный данному событию, контекст. Если же абстрагироваться от этих побочных обстоятельств и остановиться на механизме мышления, то тут мы имеем еще более убедительные аргументы. Достаточно вспомнить, что понятийное мышление генетически связано со способностью обозначать одинаковыми знаками различные, хотя и похожие вещи [12], тем самым как бы игнорируя результаты прешествующих познавательных усилий, связанных с различением вещей. В этом плане знакоконструирование само по себе уже творческий акт. В нем реализуется отличие себя от среды и от собственной осуществленной жизнедеятельности. Запретить или элиминировать подобное явление невозможно.

Однако в тех случаях, когда мы имеем дело с абстракциями достаточно высоких порядков (абстракциями от абстракций), т.е. с ситуацией, когда «объектная среда» сконструирована нашим же мышлением, отличать себя от среды, т.е. различать знакоконструирование и объектоконструирование, весьма проблематично. Не случайно смешение знака и объекта У. Куайн назвал «первородным грехом мышления».

Справедливости ради следует оговориться, что эта ремарка сделана в ходе анализа гетерологического парадокса, т.е. антиномии Греллинга-Нельсона (Г-Н). Однако и другие парадоксы, в частности антиномия Ришара-Берри (Р-Б), могут служить свидетельством подобного «греха». Лишь парадоксы Рассела (Р) и Кантора (К) кажутся не подпадающими под эту схему.

Чтобы убраться малосущественные расхождения в трактовке смешения, можно модифицировать куайновскую схему и договориться рассматривать смешение как обобщенное выражение редук-

ции терарного отношения «знак – смысл – денотат» («з–с–д»), которое не является упорядоченной тройкой, к схематизму бинарной определенности, т.е. к системе качественных различий. В этом случае будем иметь две упорядоченные пары, представляющие те мало-существенные расхождения в трактовке смешения, которые упомянуты выше в связи с куайновской ремаркой: а) «з, (с, д)»; б) «с, (з, д)».

Теперь не составляет труда убедиться, что перечисленные антиномии – Р–Б, Г–Н, К, Р, а также антиномия Бурали – Форти (Б–Ф) могут трактоваться как следствия или проявления несостоятельности упомянутой редукции. Сделаем это.

Начнем с того, что если мы называем «множеством» результат мысленного собирания различных множеств, а затем начинаем рассматривать множество всех множеств (К) в качестве одного из его элементов, то вполне резонно увидеть в подобном акте либо вариант бинаризации «а», либо вариант «б». При этом в варианте «б» мы констатируем зачисление «языкового ярлыка» (слова) «множество» в категорию абстрактных объектов (слово – совокупность букв), а в случае варианта «а» – понятия, мыслимого при введении этого ярлыка. Принципиальной разницы здесь нет. Ведь «обозначая различные, но похожие вещи одинаковым знаком (словом), мы, по существу, обозначаем не сами вещи, а то общее, что присуще им, т.е. понятие. И это понятие становится нашим достоянием только потому, что мы его обозначили» [13].

В этой связи ряд исследователей предпочитают обтекаемо говорить о нарушении стандартов иерархической определенности, не уточняя, в чем конкретно это нарушение заключается. Так, в частности, поступают А. Френкель и Й. Бар-Хиллел, а также П. Вонпенка и В. Мадер. Тот же парадокс Р можно истолковать как в духе «а», так и в духе «б», если заранее принять, что любому предикату соответствует некоторое экстенционально понимаемое отношение (область истинности предиката). В этом случае множество Рассела можно истолковать или как ярлык – средство обозначения некоторого отношения, или как отождествление свойства с объектом, т.е. как смешение смысловой определенности с денотативной.

Имея в виду различные варианты бинаризации, можно «развести» антиномии Р и Г–Н, положив, что Г–Н – это пример смешения «з» и «д», а Р – пример смешения «с» и «д». В последнем случае можно говорить о превращении мысленной определенности в акт

объектоконструирования – явлении, хорошо известном исследователям языка. Его еще называют «субстанциализацией свойств». Сама по себе, это дежурная процедура. Сравним переходы: многое – «множество», белые предметы – «белизна» и т.д. и т.п. Борьба с этим так же глупо, как и «бойкотировать» изобретение новых имен.

Опасность представляет не сама по себе субстанциализация, а ее частный случай – ситуация, когда в качестве свойства мыслится некоторая отрицательность (отрицательное свойство), которая легко превращается в отрицание объекта, олицетворяющего результат субстанциализации.

Во всех ТМ-парадоксах имеет место именно такая ситуация. Особенно заметно это на примере Р–Б, когда предметом внимания становится «наименьшее из необозначенных (не упомянутых) на данный момент чисел» (вариант Берри).

Здесь перед нами сугубо объектное свойство «наименьше-сти», которое фигурирует безотносительно к самому объекту (обладающему или не обладающему данным свойством). Иначе говоря, свойство есть, а объекта нет. Парадокс же возникает тогда, когда это свойство начинают рассматривать как способ конституирования объекта. В результате возникает «обозначенно-необозначенное» число.

В другой формулировке Р–Б мы имеем дело с диагонализацией вычислимых функций вида $f_i(n)$. Упорядочивая множество всех таких функций, получаем возможность ввести «диагональ» $f_i(i) = d(n)$. Эта $d(n)$ может рассматриваться как объект, и в этом случае перед нами функция, не всюду отличная от любой «настоящей» $f_i(n)$, т.е. выражение свойства сходства различных вычислимых процедур. Тогда задав новую функцию – $d(n) + 1$, мы получим всюду отличный от $d(n)$ объект, т.е. невычислимую функцию, хотя вычислимость $d(n) + 1$ очевидна. Так появляется «вычислимо-невычислимая» функция, аналогичная «обозначенно-необозначенному» числу.

Подобные случаи могут служить иллюстрацией потенциальной парадоксальности структуралистской тенденции в математике, связанной с вытеснением категории объектов за рамки математического контекста, на что обращают внимание исследователи [14].

Парадоксы К и Р, так же как и Б–Р и Г–Н, могут рассматриваться в качестве примеров противопоставления свойств объектам. Ведь классы, которые традиционно вводятся при объяснении К и Р, тоже являются «отрицательными характеристиками» множеств:

множественность есть, а множеств нет! С учетом того, что мы изначально ничего не знаем про классы кроме того, что они – выражение свойств множеств, символизирующее отсутствие самих множеств, можно сказать, что парадоксы Р и К непосредственно «бьют» по принципу экстенциональности, без которого не было бы логики предикатов.

Мы не будем специально рассматривать парадокс Б–Ф, который при желании можно истолковать как архетип К и Р–Б, и перейдем к резюмирующей части.

Во всех ТМ-антиномиях присутствует акт субстанциализации отрицательного свойства, вследствие чего возникает самоотрицательный объект.

Разрешение антиномий должно быть связано не с запретом на субстанциализацию отрицательности, а с ее оправданием, т.е. с выяснением условий, обеспечивающих совместимость «отрицательных фактов» с традиционным неотрицательным их истолкованием. Подобное оправдание должно выливаться в изобретение механизма, позволяющего тиражировать различные варианты отличия отрицательной определенности от логического противоречия, гарантируя способность отделять некачественную определенность (отрицательность) от несуществования.

Несомненно, что предполагаемый механизм не может быть связан с каким-либо вариантом объектоконструирования. Он не должен рассматриваться как «онтологическая инновация», так как никакое структурирование «объектной среды» не может вывести за пределы заранее очерченного предметного универсума. В противном случае мы рискуем утратить различие между мыслью и объективной реальностью, что обесмысливает научную и практическую (но не философскую) деятельность.

В итоге вырисовывается довольно ощутимый отход от традиций экстенциональной логики. Следует добавить, что предложенный путь разрешения антиномий, нацеливающий на выстраивание своеобразной «логики различения» отрицательности и противоречия, оказывается существенным не только и не столько для ТМ-парадоксов, но прежде всего для антиномии Лжеца. Именно в структуру парадоксальной фразы Лжеца непосредственно встроена возможность отождествления операционального истолкования лжи (в виде Л()) и денотативного (константного) ее истолкования (в виде Л). Поэтому именно для разрешения парадокса Лжеца логика различения

ния отрицания и противоречия [15] должна быть наиболее востребованной.

2. О понятии мыслегенеза

Перейдем теперь к обсуждению отдельных аспектов заявленной концепции реформирования логики. Вначале выскажем ряд общих соображений.

Поскольку наша «разрешающая процедура» так или иначе связана с порождением нового смысла, т.е. с обретением новых возможностей выявления различий за пределами чувственно-эмпирического материала, а это традиционно ассоциируется с деятельностью мышления [16], постольку будет оправданным назвать такой способ разрешения антиномий *мыслегенезом*.

Прокомментируем сказанное. Вводя данное понятие, мы имеем в виду две вещи:

а) бесперспективность объектоцентричного подхода к решению ТМ-парадоксов, который в лучшем случае позволяет надеяться на частичные решения отдельных парадоксов;

б) протест против негативного отношения к феномену парадоксальности со стороны большинства исследователей. Они непременно хотят добиться «обвинительного уклона» в исследовательской практике, не желая воспринимать антиномию как инструментальное средство, как резерв методологического инструментария. В этом мы также усматриваем отголоски объектоцентризма.

Чтобы избавиться от обоих отмеченных стереотипов, целесообразно рассматривать феномен смешения, на который возлагается ответственность за парадоксы, в двух планах:

1) смешение как явное нарушение сложившихся структур порядка (норм мысли и языка), например последовательности действий. В этом случае мы имеем дело с алогичным феноменом. К нему следует относиться негативно и требовать его устранения;

2) смешение как эффект отсутствия порядковых структур. Отражая допорядковое, домыслительное состояние дел, оно выступает как дологический феномен. «Преодолеть» его, очевидно, бессмысленно, так как он не нарушает никакого порядка: нельзя нарушить то, чего нет.

Главный вопрос заключается в том, как разграничить эти две возможности? Чтобы ответить на него, полезно проиллюстрировать отношение между (1) и (2), прибегнув к аналогии. Если алогизм ассоциировать с логическим противоречием или тождественно-ложной оценкой пропозициональных выражений, то дологизм будет уместно ассоциировать с переменной пропозицией, ведь порядок предъявления значений переменного произволен, т.е. отсутствует. Понятие мыслегенеза в данном контексте ассоциируется с выстраиванием механизма разграничения (1) и (2) и удовлетворяет условию на разрешение антиномий, выделенному курсивом. Предъявление такого механизма заключает в себе ответ на «главный вопрос».

Подчеркнем, что речь не идет о строительстве каких-то новых объектов (классов и т.п.). Речь идет лишь об уточнении используемого инструментария, а именно, о трактовке «неконстантности» пропозициональных выражений. Мыслегенез – не устранение смещения как допорядкового феномена. Переменность как феномен не исчезает из языка. Но она должна стать семантически значимым фактором, обрести семантический статус, ограничивая привычный «мир констант», сужая его горизонты.

Высказав эвристические соображения относительно того, как могло бы выглядеть «логическое наполнение» различия между смешением как допорядковым феноменом и смешением феноменом как антипорядковым, мы не коснулись еще того контекста, в рамках которого упомянутое разграничение должно осуществляться. Иначе говоря, необходимо еще указать русло мыслегенеза.

Размышляя об этом, мы, конечно, не можем иметь в виду гегелевские горизонты – попытки представить генезис мышления в абстрактно-спекулятивном виде. Наши горизонты скромнее: мы предлагаем рассматривать мыслегенез как один из аспектов становления естественного языка (ЕЯ), а именно, как становление его выразительных функций, способности выражать мысль, конституировать вневлигвистическое содержание. Соответственно, за основу в этом случае должна быть принята денотативная функция языка – феномен обозначения (знаково-объектная составляющая, которую Карнап назвал «name-relation», сокращенно – n-r).

В итоге, чтобы разграничить дозволенные варианты смешения, отделив их от прямых алогизмов, необходимо апеллировать к истории языка. Не к истории в традиционно эмпирическом ее пони-

мании, а скорее, к логической предыстории ставшего языка как феномену, с которым принято связывать функцию конституирования мысли. Но как добраться до предыстории, можно ли вообще это сделать?

Само по себе стремление представить возникновение выразительного аспекта языка на базе денотативного может показаться невыполнимой задачей. Для этого пришлось бы по меньшей мере произвести предварительное обесмысливание некоторого достаточно отчетливо выделяемого фрагмента ЕЯ, т.е. дезавуировать часть смыслообразующих определенностей, заключенных в структуре данного фрагмента. Несмотря на кажущуюся «неподъемность», подобная задача имеет достаточно простое решение. В качестве искомого фрагмента ЕЯ можно взять язык канторовской ТМ, а в качестве смыслообразующих определенностей, подлежащих дезавуации, рассмотреть идеи количественной (мощностной) определенности для конечных множеств и количественно-порядковой определенности для бесконечных множеств.

Замечательно, что в рамках канторовской ТМ мы уже имеем реальные примеры ситуаций, связанных с отвлечением от упомянутых смыслообразующих определенностей. Так, в частности, обстоит дело, когда в поле исследовательского внимания попадают *все множества (безотносительно характеристик их элементов)*. В этом случае всеобщность охвата делает ненужным (несущественным) количественный показатель объема соответствующего понятия: раз охвачены все элементы, то вопрос «сколько?» уже не имеет смысла. Еще одним показателем дезавуации количественной (и порядковой) определенности для множеств может выступать ситуация утраты способности устанавливать поэлементное соответствие двух множеств (нарушение теоремы Кантора – Бернштейна), вследствие чего могут возникнуть различные версии мощностной определенности некоторого множества (релятивизация мощностей, метод форсинга и т.д.)

Таким образом, *большинство ТМ-антиномий сигнализируют о неустойчивости отношений количественной (порядковой) определенности при попытках высказывать универсальные утверждения обо всех множествах.*

Поэтому, делая эти антиномии предметом внимания, мы можем попытаться проникнуть в тот дотеоретический «мир множеств», который призван служить имитацией домыслительного со-

стояния ЕЯ. Следовательно, антиномии – это своеобразный хроноскоп, позволяющий заглянуть в предысторию мысли, выйти на ее семиотические первоначала.

Бездумное устранение парадоксов, практикуемое объектоцентризмом без каких-либо попыток их прагматического использования, иначе как близорукостью не назовешь.

Конечно, было бы опрометчивым видеть в ТМ-парадоксах ситуацию, совершенно идентичную той, которая гипотетически должна была характеризовать домыслительное состояние ЕЯ. Однако параллели здесь достаточно отчетливы. Чтобы подтвердить эффект взаимного схождения, мы сформулируем и постараемся обосновать одну из ключевых идей мыслегенеза.

3. Ключевая идея мыслегенеза

Ключевая идея мыслегенеза – это идея о генетическом схождении оснований семиотики и оснований теоретико-множественной математики, благодаря чему поиск решения проблем оснований одного становится средством решения проблем оснований другого.

Говоря об основаниях семиотики, мы имеем в виду понятие знака, интерпретация которого тяготеет к антиномичности. «Введение максимально общего понятия знака постоянно наталкивается на серьезные логические и эпистемологические затруднения, которые полностью еще никому не удалось преодолеть» [17].

При характеристике базисных начал семиотики можно занять две различные позиции. Можно исходить из того, что мы вполне хорошо понимаем, что собой представляет отношение обозначения (п-г), поэтому достаточно лишь на примерах пояснить степень общности понятия «знак». Обычно стремятся к максимальной универсализации данного понятия, приводя порой примеры весьма неожиданных знаковых ситуаций.

В качестве основных свойств знака исследователи отмечают его способность замещать, репрезентировать обозначаемый объект (А) и одновременно откровенную конвенциональность знака, т.е. отсутствие какой-либо устойчивой связи между природой знака и природой обозначаемого (Б). Упомянув об этом, в дальнейшем стараются уточнить введенные характеристики. Так, например, логическая семантика, которая считает проблему значения основным полем деятельности, теоретизируя вокруг имен, дескрипций и т.п., и

фиксирует широкий спектр неоднозначностей, начиная от парадоксов отношения именованя, кончая омонимией и синонимией, оказывается беспомощной перед лицом данных неоднозначностей.

Другая позиция в трактовке отношения обозначения характеризуется отказом от признания интуитивной ясности данного отношения. Понятие знака ни о чем не говорит сознанию, поэтому приводимые примеры «знаковости» способны не просветить, а только запутать непосвященного. Единственное, что он в состоянии уразуметь – это взаимоисключительность свойств А и Б: А говорит о сходстве одного нечто с другим, благодаря чему возможно замещение; Б же требует несравнимости обоих нечто.

В языкознании мы видим постоянную борьбу двух трактовок происхождения знаков: натуралистической и конвенциональной. Их взаимоисключающая противоположность постоянно отмечается исследователями [18].

Резюмируем сказанное выше. Основные свойства знака А и Б, о которых размышляют исследователи, кажутся понятными и естественными (а потому требующими лишь уточнения) только при условии, что мы владеем смыслом понятия обозначенности. Вне этого допущения упомянутые свойства выглядят полярными. А это значит, что ясность и определенность отношения обозначения (денотации) иллюзорны. Основания семиотики настолько же шаткие, насколько шаткие основания математики.

В этой связи рождается идея о возможности использовать язык ТМ в качестве подходящего материала для экспликации отношения денотации. Соответственно открывается перспектива решать проблему знаковости в контексте решения проблем наивной ТМ, рассматривая понятие множества в качестве своеобразного носителя отношения обозначения (как пример субстанциализации последнего). На эту мысль наталкивает и сходство эпистемологических конвенций, лежащих в основе понятия множества и понятия знаковости.

1. Понятие множества олицетворяет возможность рассматривать многое, абстрагируясь от субстрата множественности (принцип независимости для множеств). Аналогично понятие знака дает возможность говорить о факте обозначения (указательности), полностью игнорируя природу самого обозначающего выражения (принцип независимости для знака). Как и в случае с множеством,

мы получаем возможность рассматривать некоторое свойство безотносительно качественной специфики субъекта данного свойства.

2. Легко понять, что «обозначающее начало» ЕЯ (п-г), взятое само по себе, т.е. как самостоятельный феномен, может выглядеть антиномично. В этом нет ничего неожиданного. Мы привыкли к тому, что для того чтобы нечто могло как-то использоваться, оно должно быть устойчивым, определенным («не испаряться»). Если же определенность знака оказывается несущественной – она вся «уходит» на настройку нашего восприятия на что-то отличное от знака, то приходится оценивать знак как самоотрицательную сущность.

3. Подобная самоотрицательность может выглядеть антиномично, если мы находимся в мире «ставшей определенности», т.е. в мире, где доминирует закон тождества (специфика которого не поддается определению без *petitio principia*), где к нашим услугам готовы эталоны мощности и порядка, где все прочно и неизбежно как в классической науке XIX в., когда миром правил «его величество объект»).

Именно с онтологической (объектоцентричной) точки зрения знак не является полноценным объектом, а обозначение не обладает той полнотой «самости», которая присуща полноценным отношениям, эксплицируемым средствами ТМ.

Любопытно в связи с этим отметить, что в нашей психике с нечеткостью исходного начала ассоциируется ожидание чего-то иного, так что если объект олицетворяет некоторое независимое от человека начало, которое устойчиво противостоит его неповторимому собственному Я, то знак как самоотрицающий объект должен быть лишен подобной устойчивости, обнаруживаемой потом только на уровне мысли. Мы солидарны с П. Вopenкой в том, что нечеткость – «это незавершенность, которая указывает за пределы самой себя...то что нечетко, переходит в нечто другое; напротив, четкость указывает только на себя. Эта самодостаточность четкости является первопричиной того, почему мы склонны приписывать самость только явлениям, вернее, мы стараемся представлять объекты как четкие явления, потому что лишь в этом случае чувствуем себя вправе воспринимать их как нечто самостоятельное» [19].

Будем считать задачу формулировки и обоснования ключевой идеи мыслегенеза выполненной. Подытожим теперь содержание работы, проделанной во втором и третьем разделах исследования.

1. ТМ является универсальной формой представления математических объектов и в этой роли подобна языку, репрезентирующему «мир смысловых и предметных значений». Изучение множеств как самостоятельных теоретических сущностей можно рассматривать как модель для изучения знаковых начал языка безотносительно к мысли.

2. Следует иметь в виду, что для имитации средствами ТМ денотативной функции знаков недостаточно просто использовать готовый ТМ-инструментарий. Необходимо проникнуть на дотеоретическую стадию «учения о многообразиях», где в полной мере проявляется эффект нечеткости, о котором пишет П. Вopenка. Подобное «проникновение» может быть осуществлено через дезавуацию той определенности, которая позволяет производить количественную идентификацию множеств.

3. ТМ-антиномии выполняют при этом функцию прибора, позволяющего «заглянуть» в дотеоретический «мир множеств», в котором еще нет устойчивой шкалы мощностей. Подтверждением этого может служить тот факт, что во всех (или почти во всех) парадоксах мощностная определенность перестает быть однозначной. Несколько утрируя суть дела, можно заявить, что произвольные множества – это такие объекты, природа которых безучастна к установлению их количественных (порядковых) характеристик. Проблем с подсчетом не возникает лишь тогда, когда считаемое определено заранее, поэтому не возникает трудностей с определением мощностей известных множеств или собраний известных сущностей. Однако произвольные множества таковыми не являются. Отсюда все курьезы ТМ.

4. Невозможность устойчивой и однозначной мощностной шкалы, свойственная «миру множеств», представляет собой пример того беспорядка и той неразберихи, которые присущи домыслительному состоянию языка и которые были охарактеризованы как явление «дологизма», но не алогизма, а потому не требовали никакого устранения, предполагая лишь уточнение границ этого дотеоретического феномена. И если средством его экспликации с точки зрения чистой логики предлагалось считать переменное (по высказываниям), то аналогичную роль в мире множеств может играть *нечет-*

кая мощност. С ней удобнее всего ассоциировать ТМ-образ знака как нечеткого объекта.

5. При этих условиях разрешение ТМ-антиномий будет заключаться в последовательности шагов по элиминации теоретических определенностей и их замене на определенности дотеоретические, т.е. на нечеткие аналоги строгих ТМ-показателей. Нам нужно лишь не заблудиться в трех соснах – не начать требовать от дотеоретических нечетких концепций того, что принято требовать от теоретических построений. В частности, не воспринимать отрицание свойств некоторых объектов из мира множеств как отрицание самих объектов, не рассматривать неопределенность как несуществование и т.д. Только обретя соответствующие навыки, можно всерьез говорить о способе, позволяющем более или менее определенно рассуждать о неопределенности и нечеткости. Переход от домыслительного (дологического) этапа функционирования ЕЯ к мыслительному как раз и связан с конституированием упомянутого способа. В этом состоит логическое содержание сущности мыслегенеза.

4. Теоретизация парадоксов как способ их разрешения

В заключительном разделе исследования мы покажем, как, последовательно вводя дотеоретические аналоги ТМ-определенностей, можно легко и естественно объяснить основные антиномии ТМ: Б–Ф, Р–Б, К, Р.

Фундаментальный философский вопрос связан здесь с содержанием понятия «навык». Как и когда отдельные акты переходят в навык? Какие факторы здесь необходимы? Какие достаточны? На эти вопросы нет удовлетворительного ответа. Но, по-видимому, принципиальное значение имеет другое обстоятельство – требование комплексного и взаимоувязанного подхода к объяснению различных антиномий.

Никто, насколько нам известно, не пытался увидеть за ТМ-антиномиями определенную систему – систему, демонстрирующую разные стороны и аспекты доколичественного и допорядкового состояния мира множеств. Никто не задумывался о взаимосвязи различных проявлений нечеткости, их взаимном обусловливании. Не приходило в голову и то обстоятельство, что набор основных ТМ-антиномий далеко не случаен, что он напрямую связан с выбором

категориальных основ ТМ – понятий множества, элемента, мощности и порядка.

Системный подход к объяснению антиномий предполагает определенную последовательность их анализа. Собственно говоря, здесь и проявляется «эффект теоретизации», о котором упомянуто в заголовке статьи.

Поскольку большая часть перечисленных сюжетов обсуждалась нами ранее [20], позволим себе изложить здесь лишь результаты этого обсуждения, сделав только самые необходимые комментарии.

Начать, пожалуй, стоит с изложения собственной точки зрения относительно причин присущего научному сообществу стремления к догматизму, критика которого не раз звучала в данной статье. Нам представляется, что в основе догматического «обвинительного уклона» в отношении парадоксов, равно как и неспособности увидеть в антиномиях средство решения семиотических проблем ЕЯ, лежит укоренившееся со времен С. Лесневского представление о том, что какая бы то ни было апелляция к особенностям ЕЯ при объяснении ТМ-антиномий контрпродуктивна [21]. По этой причине большинство исследователей предпочитали обсуждать методологические принципы ТМ-математики – принцип абстракции (ПА), принцип свертывания (ПС), принцип предметности и т.д. [22], не выделяя в качестве самостоятельного аспекта проблему применимости всех этих принципов.

Мы, напротив, полагаем, что исследование применимости методологических правил должно быть отделено от анализа самих этих правил, – методология отделена от метаметодологии. В силу этого главную роль в ТМ-антиномиях играют не столько сами упомянутые принципы, сколько наше интуитивное представление о языковой свободе выражения принципов. За этим стоит идея об автономности языка как выразительного средства по отношению выразимому содержанию (предметному или смысловому), т.е. о свойстве конвенциональности языковых знаков. Если же «копнуть глубже», то приходим к фундаментальному тезису о независимости порядка от природы объектов, подлежащих упорядочению.

Порядок – сущностная черта человеческой деятельности, которая реализуется независимо от особенностей того материала, в контексте которого эта деятельность происходит. Из этого следует,

что сами по себе ПС или ПА не являются причинами возникновения ТМ-парадоксов.

В самом деле, когда мы рассматриваем общее свойство класса вычислимых функций $p1$, которое состоит в том, что $\text{Выч}(x) \rightarrow \text{Выч}(x)+1$, а потом обнаруживаем, что существует $d(x) \in \{x \mid p1(x)\}$, для которого $\text{Выч}(d(x)) \notin \text{Выч}(d(x)+1)$, то главную роль играет здесь не ПС и не ПА, а идея «естественного порядка» для класса $p1$. Действительно, ПС фиксирует лишь, что свойство «быть вычислимой функцией» определяет класс, охватывающий все конструкции, которые можно назвать вычислимыми функциями в рамках нашего опыта. Собственно ПА говорит, что общее свойство объектов данного класса можно представить как некий новый объект, подобно белизне для класса белых вещей. И это вполне нормально. Но ниоткуда не следует, что выражение общего свойства, его языковая оболочка, может выглядеть так же, как выглядят сами объекты – носители данного свойства. Ни один из ранее введенных методологических постулатов не регламентирует подобных нюансов.

Принцип языковой свободы выражения принципов диктует мораль: свобода языка несовместима с универсальным порядком, предполагающим осуществимость изначально заданной регламентации языкового поведения. Принимая принцип языковой свободы (автономии языка), мы объясняем и совместимость свойств сходства знака с обозначаемым, и конвенциональности знака. В то же время универсальная гибкость языка (которую надо также рассматривать как проявление его автономности) может обеспечить идентификацию любой мысли, любого содержательного образа, кодируя его в виде неповторимой порядковой структуры букв в слове. В общем, сила языка, его выразительная неисчерпаемость – в незапрограммированности порядковых структур, в локальности любого порядка!

Наиболее отчетливым аргументом против идеи универсального порядка является парадокс Б–Ф. Однако он выступает чисто негативным контрпримером и вне контекста других порядковых антиномий не содержит в себе какой-либо конструктивной разрешающей процедуры. Только комплексный анализ всех порядковых парадоксов дает искомый эффект.

Вернемся снова к Р–Б. Тот факт, что свойство вычислимости может выглядеть как некоторое вычисление (некоторая вычислимая функция), связан с тем, что любое вычисление базируется

на счете, а последний предполагает возможность мысленно или физически выстраивать сущности в некотором порядке. Соответственно, имея некий фиксированный порядок, можно ассоциировать с ним процедуру счета и полагать, что он связан с вычислением значений какой-то функции, например диагонали $d(x)$, которая не всюду отлична от произвольной вычислимой функции $f_i(x)$.

Конечно, строгий подход, не предусматривающий учет фактора автономности языка, требует исключить представление свойства «Выч()» в виде объекта из класса $p1$. Но для этого нужны, во-первых, новые выразительные средства, которых нет в исходном словаре ТМ, а во-вторых, весомые мотивировки. Но поскольку по «правилам игры» мы не должны апеллировать к ЕЯ, так как это контрпродуктивно, постольку необходимо «списать» парадоксальный характер ЕЯ на какие-то теоретические или методологические погрешности (т.е. на недостатки мышления). Но так как это вообще глупая затея, то и результаты борьбы с парадоксами неутешительны.

Что же делать? Ответ очевиден: *надо не просто, по науку, пытаться «упаковать» языковую стихию в контекст принципов мыслительного конструирования, но делать это продуманно и последовательно – «теоретически»!* Тем более, что в нашем распоряжении уже имеются разного рода параллели между ЕЯ и ТМ. К тому же если раньше мы говорили лишь об аналогиях (параллелях) между категориальными основами семиотики и ТМ, констатируя шаткость обоих оснований, то теперь можно пойти дальше и констатировать, что ТМ и система ЕЯ, разворачиваемая из базисных основ семиотики, являются попытками реализации одного и того же порядкового феномена. Языковая стихия, с одной стороны, и мир множеств – с другой, выступают в качестве своеобразной «материи» порядка. Язык – материя мысли; мысль – синоним порядка, рассмотренного безотносительно материального субстрата, т.е. как форма порядка (отсюда «формальность» логики). ТМ – инструмент исследования порядкового феномена в материале множеств, т.е. в формах объективного существования (множественность, неединичность – объективный феномен).

Опираясь на это единство ТМ и ЕЯ, мы можем провести последовательную семиотическую интерпретацию ТМ-антиномий (семиотическое тестирование ТМ). Такая интерпретация важна прежде всего для самой ТМ, ведь она открывает перспективу единообразно-

го объяснения антиномий и требует от нас лишь преодоления их негативных последствий, возникающих в силу непонимания семиотической природы антиномий, не требуя устранения самих предпосылок антиномичности (специфики ЕЯ). Можно выразиться несколько иначе: теоретизация антиномий открывает перспективу их конструктивного использования (в качестве инструментального средства исследования ЕЯ). В этом случае от нас требуется уточнение специфики такого инструментария, но не отбрасывание его целиком.

При этом проясняется не только русло расширения имеющегося словаря (надо вводить понятия, которые можно использовать как средства конституирования нечеткости категориальных основ ТМ), но и последовательность шагов расширения.

Начать теоретизацию языковой стихии следует с рассмотрения антиномии Б–Ф. Именно данная антиномия указывает на неуниверсальность порядка как феномена. Актуализируя факт неуниверсальности порядка, мы неявно выносим за скобки феномен мышления, расчищая тем самым дорогу к рассмотрению домыслительного состояния языка.

Перечислим некоторые следствия Б–Ф. Если порядок не универсален (не выстраивается в однозначную линейную последовательность), то это свидетельствует о «чувствительности» порядка к своим носителям. Иначе говоря, фиксация порядка невозможна без упоминания (указания) конкретных объектов, подлежащих упорядочению.

Неуниверсальность порядка будем называть *локальностью*. Обозначение, будучи средством фиксации объектов, не вызывающим их трансформации, становится инструментом, согласованным с локальностью. Тем самым оно помогает конкретизировать проявления локальности порядка.

Предостережение: не следует превращать акт именованя в подобие механической процедуры. В частности, надо избегать попыток представления знакового творчества субъекта как механического повторения одного и того же хода, например приписывания ранее означенному объекту некой константы. В этом случае мы рискуем потерять специфику предметной составляющей порядка, т.е. свойство локальности. В итоге констатируем: нельзя использовать количественные значения (натуральный ряд) при фиксации свойства локальности порядка.

Локальность порядка означает, что порядок связан с некоторыми собраниями объектов. Характерным свойством такого рода собраний будет *множественность*. Используя этот конструкт, мы получаем возможность говорить о порядке как о локальном феномене, не «опускаясь» в то же время до эмпирических совокупностей. В качестве средства, выражающего подобное рассмотрение порядка, будем использовать значок неопределенной мощности « H », символизирующий субстанциализацию множественности (через ПА).

Очевидно, что H не должно идентифицироваться ни с одной количественной характеристикой, присущей «настоящим» множествам, прежде всего, ни с каким $n\bar{1} N$. Имея в виду данное обстоятельство, мы назвали H «Ришаровым числом» (РЧ), ассоциируя с его введением разрешения антиномии Р–Б.

Введение H как РЧ провоцирует нас рассматривать «множественность» в ряду конкретных множеств, точно так же как парадокс Р–Б провоцирует рассмотрение свойства вычислимости в контексте конкретных вычислений или отсутствие обозначенности как акта обозначения.

Мы не можем запретить подобный ход, но должны позаботиться о том, чтобы его последствия не могли быть истолкованы как отрицание H . Для этого следует, во-первых, потребовать возможность вхождения H в операциональное поле N , а во-вторых, положить, чтобы $H+1 = H+n = H$. Это будет символизировать тот факт, что хотя множественность и можно рассматривать в ряду конкретных множеств (как вычислимость – в ряду конкретных вычислений), однако ее присутствие не влияет на подсчет мощности этих множеств. Таким образом, если $d(x) = H$, то и $d(x)+1 = H$.

Введение H как РЧ есть разрешение парадокса Р–Б, которое фиксирует важнейшее свойство порядка в его «ТМ-упаковке»: порядок не зависит от количественной оценки (мощности) множеств, являющихся инструментом его реализации. Дополнительно отметим, что H можно трактоваться как ТМ-представление идеи знака.

Теперь рассуждаем так: если рассматривать множественность как свойство «быть множеством» и считать H «мощностным образом» этого свойства, то с учетом количественной неизменности H будем иметь $H+1 = H+H = H*H = 2^H$, т.е. получим парадокс К.

Решение К сводится к дальнейшему уточнению уже введенных характеристик порядка. Мы должны потребовать, чтобы понятие множественности, которое ассоциируется с \mathcal{E} , не могло быть

истолковано как фиктивная множественность, как \mathcal{A} , в котором собрано ни одного элемента. Вследствие этого \mathcal{A} не может рассматриваться в ряду проявлений множественности, олицетворяющих результат собирательной активности. Иными словами, если мощность K есть H , то $\mathcal{A} \dot{\equiv} K$.

Но \mathcal{A} может рассматриваться как результат изъятия элементов из готового множества, т.е. выступать как вторичная конструкция в словаре множеств. Поскольку результат собирания всех таких вторичных конструкций принято считать множеством-степенью, постольку \mathcal{A} автоматически попадает туда: $\mathcal{A} \dot{\in} 2^K$. Соответственно при этом выполняется условие теоремы Кантора.

Вообще говоря, выделение подмножеств произвольных множеств по аналогии с теорией групп можно считать представлением множеств. При этом способ представления оказывается демонстрацией принципа независимости множества от своих элементов: строя подмножества данного множества, мы демонстрируем одновременное существование элементов в составе различных собраний. В некотором смысле именно подмножества оказываются главными действующими лицами в ТМ. Отсюда склонность к соответствующим ограничениям на ПС. В итоге получается, что H в отличие от \mathcal{A} – дотеоретическая характеристика множеств, где порядок еще не имеет универсального количественного воплощения, где он адекватен собственной природе. Соответственно разграничение дотеоретического мира множеств и Универсума ТМ может быть осуществлено через разграничения H и \mathcal{A} . Можно приводить различные трактовки сущности данного различия, но неоспоримо одно: в нем отражено различие пустого и непустого множеств.

Различие элементной неопределенности и безэлементности множеств можно трактовать как различие знаковой и объектной составляющей при ТМ-представлении основ семиотики [23].

Требую отличать H от \mathcal{A} и одновременно полагая, что \mathcal{A} является субстанциализацией свойства $x \neq x$, которое присуще эмпирическим объектам, мы вовсе не считаем, что H не может трактоваться как нарушение принципа самотождественности. Может! Но это нарушение не может быть всегда одним и тем же! Оно не является логической константой подобно лжи, его скорее можно уподобить операторной трактовке ложности как отрицания. Таким образом, мы

опять приходим к тому, что отличие H от \mathcal{A} удобно выразить в виде отличия $\mathcal{L}(\)$ от \mathcal{L} .

В целом следует констатировать, что совместное решение P – B и K (точнее, B – Φ + P – B + K) приводит к требованию не отождествлять в мире множеств H и \mathcal{A} , что равносильно требованию владеть понятием «элемент множества». Элемент – нечто целостное, не составимое из частей (как атом). Поэтому элемент множества не может быть членом самого себя. Данное свойство сближает «элемент» и «нормальное множество».

Заключительный шаг в теоретизации парадоксов связан с решением антиномии P . Решение сводится к провозглашению способности различать нормальные множества и их элементы в мире множеств. Следует специально подчеркнуть, что условие разграниченности нормального множества и элемента особенно актуально для \mathcal{A} , которое как носитель свойства $x \neq x$ принято использовать в роли элемента по «техническим соображениям». При этом приверженцы подобной тактики подменяют вопрос о природе «элементности», который не является математическим, вопросом о членстве одних множеств относительно других, что ведет в тупики объектоцентризма.

Разумеется, вопрос о природе «элементности» следует решать на дотеоретической стадии. При этом требование несуществования множеств без элементов следует сопроводить «симметричным» требованием – несуществования элементов без множеств (что отсекает ТМ с «атомами»). В результате разрешение P , точнее B – Φ + P – B + K + P , превращается в постоянно продолжающийся процесс выявления все новых различий [24].

В символической записи схематизм совместного решения перечисленных антиномий может быть изображен в виде $R(H, \mathcal{A}) \dot{\mathcal{E}} (R(R(H, \mathcal{A}), \mathcal{A}) \dot{\mathcal{E}} R(R(H, \mathcal{A}), H))$. Полагая, что $R(H, \mathcal{A}) = I$, где I – свойство «быть элементом», получаем $R(H, \mathcal{A}) \dot{\mathcal{E}} (R(I, \mathcal{A}) \dot{\mathcal{E}} R(H, I))$. На содержательном уровне данное выражение утверждает, что отличие неопределенности (неопределенной количественности) от противоречия не тождественно противоречию и отлично от самой неопределенности.

Совместное решение антиномий, таким образом, связано с введением в словарный обиход новых конструкций – начал опреде-

ленности, оперирование которыми знаменует переход от дотеоретического мира множеств к собственно теоретическому уровню.

Следует оговориться, что соглашение $R(H, \mathcal{E}) = I$ приходится постулировать отдельно. Дело в том, что главная черта элементности – целостность привносится в трактовку данного соглашения через решение парадокса «Лжец», где от нас требуется охарактеризовать различие между предикатным знаком $L()$ и значением L (о чем уже говорилось ранее). С учетом того, что в данном случае речь идет о различии расположения одного и того же знака (L) относительно скобок, мы характеризуем его как «квант различия», или $Rmin$, специфицируя через него наше понимание целостности как нечто, являющегося «одним и тем же» (в пределах фиксированного рассмотрения). Уточняя сказанное, можно добавить, что *тождество – это такое различие, которое не препятствует узнаванию данного нечего*, благодаря чему и становится возможным превращение индивидуального знакотворчества в социокультурный феномен.

Провозглашенная трактовка тождества (самотождественности) как минимального различия ($Rmin$) является нетривиальным моментом в ходе логической реконструкции мыслегенеза. Ни классическая, ни современная неклассическая логика не смогли предложить конкретных модификаций закона тождества, удовлетворяющих отмеченным реалиям. Но сделать это несложно – достаточно построить аппарат, позволяющий выводить формулы, репрезентирующие $Rmin$, т.е. отличие $L()$ от L , которое, как было отмечено в первом разделе, сводимо к различию между отрицанием переменной и тождественной ложностью и дедуктивно представимо в виде исчисления $S0$.

$S0$ представляет собой разновидность секвенциального натурального исчисления с основными секвенциями $\sim j \textcircled{R} \sim j$, где j – любая формула $L2$, и 12 логическими фигурами заключения:

$$\frac{A \Gamma \textcircled{R} Q}{A \cdot B \textcircled{R} Q}, \frac{A \cdot B \Gamma \textcircled{R} Q}{A, B \Gamma \textcircled{R} Q}, \frac{A \Gamma \textcircled{R} Q, DB \textcircled{R} Q}{A \vee B \Gamma D \textcircled{R} Q}, \frac{A \vee B \Gamma \textcircled{R} Q}{A \Gamma \textcircled{R} Q, B \Gamma \textcircled{R} Q}, \frac{\Gamma \textcircled{R} Q}{A \Gamma \textcircled{R} Q} : :$$

$$\frac{A \Gamma \textcircled{R} Q}{\Gamma \textcircled{R} Q : A}, \frac{A \Gamma \textcircled{R} Q}{\Gamma \textcircled{R} Q : A}, \frac{\Gamma \textcircled{R} QA, DB \textcircled{R} W}{\Gamma D \textcircled{R} A \vee BQW}, \frac{\Gamma \textcircled{R} A \vee B, BD \textcircled{R} Q}{\Gamma D \textcircled{R} AQ},$$

$$\frac{\Gamma \textcircled{R} QA \cdot B}{\Gamma \textcircled{R} QA, \Gamma \textcircled{R} QB}, \frac{\Gamma \textcircled{R} QA, \Gamma \textcircled{R} DB}{\Gamma \textcircled{R} DQA \cdot B}, \frac{\Gamma D \textcircled{R} C, C, W \textcircled{R} Q}{\Gamma DW \textcircled{R} Q}.$$

* * *

Теперь дадим определение понятия теоретизации парадоксов. Под теоретизацией парадоксов следует понимать такое осмысление феномена парадоксальности, вследствие которого антиномии обретают инструментальный статус и становятся средством постановки и решения общепризнанной проблемы, которая считается неразрешимой традиционными логическими методами.

Подведем итоги работы.

1. Сформулирован и аргументирован тезис о языковой «подоплеке» известных логических антиномий. Показано, что все парадоксы (ТМ и семантические) так или иначе отражают противоречивый характер языкового знака: конвенциональность (автономность), с одной стороны, генетическое сходство с обозначаемым (зависимость) – с другой.

2. Традиционные логические средства создавались для экспликации определенности и не были рассчитаны на выражение случайности, стихийности и произвола, которые ассоциируются с языковой свободой (конвенциональностью знаков). Соответственно и методологические принципы, принимаемые в теоретических построениях, по своей природе не предназначены для предотвращения парадоксов. Наоборот, их применение к языковому знаку как объекту теоретического внимания провоцирует антиномичные ситуации. Таким образом, разрешение антиномий должно сводиться к реконструкции отличия языкового знака от классического образа объекта (теоретического описания).

3. Предлагается имитировать специфику языкового знака самого по себе как дологическое состояние языка, уподобив его до-теоретическому этапу эволюции «мира множеств», в рамках которого господствует понятийная нечеткость, последнюю же, естественно, нельзя принимать за нарушение мыслительных норм из-за отсутствия мыслительной составляющей языка. Приняв условие изначальной нечеткости как исходное и нормальное положение дел, мы вынуждены в дальнейшем заниматься уточнением нашей нечеткости, что влечет за собой восстановление элиминированной определенности. Таким образом, процесс разрешения парадоксов превращается в имитацию мыслегенеза.

4. Мыслегенез связан с возникновением первичной определенности – изобретением механизма отличия нечеткости (количест-

венной неопределенности) от противоречия. Это отличие (*Rmin*) провозглашается первичной определенностью и отождествляется с понятием сходства. Сам мыслегенез выступает как незавершенный процесс порождения все новых форм *Rmin*. С учетом этого обстоятельства отказ от идеала строгости и однозначности, связанных с логическим мышлением, выглядит не столько как отрицание идеала, сколько как утверждение его становящегося характера. Последний воплощается в серии исчислений *SI...Sk*, реализующих специфику проявления *Rmin* в условиях уже полученной определенности.

Примечания

1. Френкель А., Бар-Хиллел Й. Основания теории множеств. – М., 1968. – С. 4.
2. А. Френкель был приверженцем аксиоматизации ТМ; его имя вошло в название наиболее распространенного варианта аксиоматики.
3. См.: Френкель А., Бар-Хиллел Й. Основания теории множеств. – С. 186–212.
4. Там же. – С. 18.
5. Там же. – С. 24–25.
6. При некоторых соглашениях к такой зависимости может привести само условие полного игнорирования природы элементов.
7. Клини С. Введение в метаматематику. – М., 1957. – С. 43.
8. См.: Черепанов С.К. Основной вопрос философии математики // Философия математики: актуальные проблемы. – М., 2007. – С. 84–87.
9. См.: Белякин Н.В., Ганова Р.В. Лекции по классической теории множеств. – Новосибирск, 1996. – С. 5.
10. См.: Фалькао К. К основаниям теории множеств // Философия математики: актуальные проблемы. – М., 2007. – С. 79.
11. См.: Шенфильд Р. Математическая логика. – М., 1969. – С. 12.
12. См.: Мадер В.В. Введение в методологию математики. – М., 1995. – С. 59.
13. Там же.
14. См.: Вopenка П. Альтернативная теория множеств. – Новосибирск, 2005. – С. 150.
15. Здесь следует добавить, что различие $L()$ и L невозможно свести просто к различению константы и переменной, равно как и к чисто константному различению. По сути дела, речь идет о представимости в качестве семантического факта фрагмента той синтаксической определенности, которая присутствует в словаре исходных синтаксических терминов.
16. См.: Черепанов С.К. Философия неопределенности: неопределенность и парадоксы. – Новосибирск, 2004. – С. 97.
17. Цит. по: Материалы к V Международному конгрессу по логике, методологии и философии науки. – Ч. 2. – М., 1975. – С. 96.
18. См., например: Гурина М. Философия. – М., 1999. – С. 401.
19. Вopenка П. Альтернативная теория множеств. – С. 127–128.

20. См.: *Черепанов С.К.* Философия неопределенности ...

21. См.: *Павленис Р.Й.* Связь логического и онтологического в некоторых современных теориях семантики естественного языка // *Логика и онтология.* – М., 1978. – С. 53–54.

22. См.: *Мадер В.В.* Введение в методологию математики. – С. 65.

23. Не следует ломать голову, почему обозначаемое начало (объект) ассоциируется в рамках ТМ-реконструкции начал семиотики с \emptyset . Пустое множество – это символ отсутствия порядка в мире объектов самих по себе. Нам не надо выражать объекты: они предшествуют языку. Поэтому такое предшествование ассоциируется с множеством, не несущим идею порядка.

24. См.: *Черепанов С.К.* Философия неопределенности ... – С. 125–143.

Институт философии и права СО РАН,
г. Новосибирск

Cherepanov, S.K. Theoretical approach to antinomies: methodological aspect

The paper deals with a classical problem of overcoming antinomies in foundations of logics and mathematics. To «struggle» against antinomies, making their theoretical frames is proposed. The thesis is proved that antinomies may serve as a tool («device») for getting to pre-theoretical «set world» which may be associated with pre-cogitative state of language.

Keywords: antinomy, sign, set, genesis of thinking