

**ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ:
история и современные проблемы.
Часть II***

А.Л. Симанов, А.Ю. Сторожук

Во второй части работы, посвященной философско-методологическому анализу современного состояния исследований в области структуры пространства-времени, рассматриваются развитие математического аппарата общей теории относительности, определившего направления развития теории тяготения и космологии, и связанная с этим проблема сингулярности.

Ключевые слова: теория относительности, космология, теория тяготения, пространство-время, основания теории, эксперимент

Ранее мы описали период начального становления общей теории относительности, когда были сформулированы основные идеи и получены первые экспериментальные подтверждения [1]. Дальнейшее теоретическое развитие ОТО происходило в трех основных направлениях:

- 1) математическое развитие теории, связанное с поиском решений уравнения Эйнштейна и преодолением ряда теоретических проблем, одной из которых явилась проблема существования сингулярностей;
- 2) применение ОТО в космологии, получение новых проверяемых следствий, предсказание и описание крупномасштабных свойств Вселенной;
- 3) развитие идей великого объединения с целью построения теории, непротиворечиво описывающей единым формализмом известные в физике четыре вида фундаментальных взаимодействий – электромагнитного, слабого, сильного и гравитационного.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда, проект № 08-03-90302 а/Б.

Публикуется в авторской редакции.

В данной статье мы рассмотрим первое направление, которое связано прежде всего с поиском решений центрального уравнения ОТО – уравнения Эйнштейна.

Математические поиски

Уравнение Эйнштейна представляли собой фактически систему шестнадцати уравнений второго порядка в частных производных, и поиск решения этих уравнений, допускающих множество вариантов, был задачей затруднительной. Первое решение уравнения Эйнштейна для точечной массы было предложено в 1916 г. К. Шварцшильдом [2]. Поиск уравнений поля выполнялся при следующих условиях: «Если x_1, x_2, x_3 – прямоугольные координаты, а через x_4 обозначено время, и если мы хотим, чтобы масса в начале координат не менялась со временем, а движение на бесконечности было равномерным и прямолинейным, то, согласно расчетам г-на Эйнштейна..., должны выполняться еще следующие требования.

1. Все компоненты метрики не должны зависеть от времени x_4 .
2. Равенства $g_{p4} = g_{4p} = 0$ должны выполняться строго при $\rho = 1, 2, 3$.

3. Решение должно быть симметричным в пространстве вокруг начала координат, то есть переходить само в себя при ортогональном преобразовании координат x_1, x_2, x_3 (вращении).

4. На бесконечности должны обращаться в нуль все величины $g_{\mu\nu}$, кроме четырех, имеющие следующие отличные от нуля предельные значения:

$$g_{44} = 1, g_{11} = g_{22} = g_{33} = -1. \quad [3]$$

Поиск решения, удовлетворяющего уравнениям поля и четырем перечисленным условиям, привел к нахождению решения, зависящего от параметра массы и имеющего разрыв. «Точное решение показывает, что в действительности в более высоких приближениях разрыв появится не в начале координат, а в точке $r = (\alpha^3 - \rho)^{1/3}$.» [4], где α и ρ – постоянные интегрирования, а начало координат выбиралось в центре масс. Условие непрерывности, а также то обстоятельство, что «угловая скорость при уменьшении радиуса орбиты не возрастает безгранично, как это следует из закона Ньютона, а стремится к конечному пределу $n_0 = 1/\alpha\sqrt{2}$.» [5] привели Шварцшильда к открытию предельного значения размера тела – гравитационного радиуса, величина которого зависит от параметра массы. Гравита-

ционный радиус зависит от массы тела и характеризует размер звезды данной массы, при достижении которого она должна сколлапсировать. Этот же предел был открыт Лапласом, согласно которому сфера данного радиуса представляет собой своеобразную «ловушку» для света, – он не может выйти за пределы этой сферы. Позже было доказано, что все времени-подобные траектории, исходящие из любой точки внутри такой сферы, должны обязательно пересечь сингулярность при $r=0$.

Решение для вращающегося сферического массивного тела было предложено в 1963 г. Р. Керром, указавшим явный вид метрики [6].

Заметим две особенности, характерные для данного периода развития ОТО. Во-первых, масса всегда рассматривалась как точечная, центр масс представлял собой особую точку поля. Уравнения движения получались для особых точек, потому что Эйнштейн с самого начала надеялся включить в рамки ОТО электромагнитное взаимодействие. Центральное-симметричное решение уравнений с точечной особенностью должно было соответствовать случаю движения электрона во внешнем поле. Рассмотрение тяготеющих масс как протяженных было предпринято позже и сопровождалось отказом от надежд объединить гравитацию с электромагнетизмом и объяснить элементарные частицы как особые точки поля.

Вторая особенность поиска решений уравнений в ранний период развития ОТО состояла в том, что вышеперечисленные решения выбирали центр масс в качестве начала системы отсчета. Поэтому возникал вопрос о значении потенциала гравитационного поля в точках, бесконечно удаленных от начала координат. В.А. Фок показал, что координатная система может быть выбрана однозначно с точностью до преобразований Лоренца, но исследования, предпринятые А. Эйнштейном ранее, привели к переосмыслению понятия массы и введению им в уравнение поля так называемого λ -члена с целью сохранения стационарности выдвигаемой им модели Вселенной [7].

Ход рассуждений Эйнштейна был следующим. Уравнения гравитационного поля требовали дополнительного уточнения граничных условий для пространственной бесконечности. Эта же проблема в свое время стояла перед И. Ньютоном, но требование задать конечное значение гравитационного потенциала ϕ вело к представлению о том, что плотность материи на бесконечности обращается в

нуль. «Если больцмановский закон распределения молекул газа применить к звездам, рассматривая звездную систему как газ, находящийся в стационарном тепловом движении, то получается, что ньютоновская Вселенная вообще не могла бы существовать, так как конечной разности потенциалов между центром и бесконечностью соответствует конечное отношение плотностей. Следовательно, нулевая плотность на бесконечности влечет за собой нулевую плотность в центре». [8]

Чтобы решить эту проблему, Эйнштейн формулирует предположение, развитое в дальнейшем в космологический принцип: распределение вещества в бесконечном пространстве равномерно. Такой мир не имеет центра по отношению к гравитационному полю, гравитационный потенциал и средняя плотность были бы постоянны вплоть до бесконечности. Материя при постоянной плотности находится в равновесии, не требуя для этого дополнительных сил. Данное предположение позволяло преодолеть противоречие между ньютоновской и статистической механикой, но появляется новая трудность. Дело в том, что Эйнштейн не делал различия между тяготением и инерцией. Относительно последней он придерживался принципа Маха, согласно которому инерция тела обусловлена влиянием бесконечно удаленных масс. «В последовательной теории относительности нельзя определять инерцию по отношению к “пространству”, но можно определять инерцию масс относительно друг друга. Поэтому если я удаляю какую-нибудь массу на достаточно большое расстояние от всех других масс Вселенной, то инерция этой массы должна стремиться к нулю» [9]. Из предположения о бесконечности мира ненулевой плотности следовало бесконечно большое значение потенциальной энергии на пространственной бесконечности. Однако тот факт, что скорости движения звезд намного меньше скорости света, приводил к заключению, что всюду потенциал гравитационного поля не может быть существенно больше, чем в близкой части Вселенной.

Последняя возможность – предположение, что значения потенциала поля на бесконечности стремятся к конечным значениям (в соответствии с тензором Римана), тоже оказалось неудачным. Конечные граничные условия требовали выбора некоторой привилегированной системы отсчета, что противоречило принципу относительности. Эйнштейну пришлось бы также отказаться и от относительности инерции, следующей из принципа Маха: «инерция ма-

териальной точки с естественно измеренной массой m зависит от $g_{\mu\nu}$, но последние лишь очень мало отличаются от постулированных значений на пространственной бесконечности. Благодаря этому, хотя материя (находящаяся на конечном расстоянии) и влияет на инерцию, но все-таки не обуславливает последнюю. Если бы существовала только одна материальная точка, то она, согласно этому представлению, обладала бы почти такой же инерцией, как в том случае, когда она окружена всеми прочими массами нашего реального мира» [10]. Наконец, тело, обладающее конечной кинетической энергией, может достигнуть пространственной бесконечности при конечном значении потенциала и навсегда покинуть ее.

Эйнштейн признал, что ему не удалось установить граничные условия на бесконечности, и он стал рассматривать мир как конечный сферический и замкнутый. Хотя в этом случае проблема нахождения условий на бесконечности отпала, уравнения поля были несовместимы с условием пространственной замкнутости. Эйнштейну пришлось ввести фактор, обеспечивающий стабильность ограниченного пространства, – космологическую постоянную, или λ -член. Его единственной задачей было обеспечение возможности квазистатического распределения материи в замкнутом пространстве. Однако после работ А. Фридмана, позволивших создать модели нестационарной Вселенной, Эйнштейн назвал введение космологической постоянной своей самой большой ошибкой.

Тема определения граничных условий продолжает обсуждаться и сегодня, но уже в аспекте определения начальных условий во времени. Вселенная началась с сингулярности, и скорость ее расширения почти в точности совпадает с критической скоростью, разделяющей бесконечное расширение и обратный коллапс. Согласно С. Хокингу, «предположение об отсутствии границ может объяснить, почему скорость расширения Вселенной до сих пор так близка к критической» [11]. Кроме того, условие отсутствия границ используется для объяснения существования локальных неоднородностей в однородном и изотропном пространстве.

Итак, можно видеть, что в начальный период математического осмысления ОТО теоретики концентрировались в основном на проблемах определения значений гравитационного потенциала на бесконечности. Массы представлялись в виде особых точек. Такого подхода придерживался прежде всего Эйнштейн, надеявшийся, что удастся описать массы по аналогии с элементарными частицами как

особенности соответствующего поля и применить полевой подход к описанию гравитационных явлений.

Одна из первых попыток рассмотреть массивные тела как протяженные и определить значения гравитационного поля внутри тяготеющих масс, была сделана в 1939 г. В.А. Фокком и сопровождалась отказом от попыток объединения гравитационного и электромагнитного взаимодействия: «Для нас общая теория относительности есть прежде всего теория тяготения. Применяться она должна к тем явлениям, в которых тяготение играет преобладающую роль, т.е. в первую очередь к явлениям астрономического масштаба. Мы полагаем поэтому, что проблемы общей теории относительности не могут иметь ничего общего с проблемой структуры элементарных частиц и вообще с проблемами атомного масштаба» [12].

Фок установил тесную связь массы со свойствами пространства, он указал, что эквивалентность массы и энергии связана с уравнениями Эйнштейна и что в выражение для ньютонова потенциала на больших расстояниях «к сумме масс отдельных тел прибавляется их полная энергия деленная на квадрат скорости света» [13]. Он построил тензор материи как функцию от координат и времени, что позволило определять гравитационный потенциал также и внутри масс. «Такое совместное рассмотрение областей вне и внутри масс (внешняя и внутренняя задачи) является необходимым для формулировки условий, обеспечивающих единственность решения» [14]. Ему удалось явно показать, что уравнения поля уже содержат в себе уравнения движения масс и не нуждаются в дополнительном уточнении граничных условий.

В том же году были выведены условия образования нейтронных сердцевин в звездах и рассмотрен механизм образования черных дыр

Проблема сингулярности

Дальнейшие усилия теоретиков были сосредоточены вокруг проблемы сингулярности. Последняя стала предметом пристального внимания после исследований космологических проблем: определения общей топологии пространства-времени, дискуссии о бесконечности или конечности Вселенной, рассмотрения вопроса, содержит ли последняя бесконечное количество вещества. Толчком к исследованиям проблемы сингулярности послужили исследования

А. Фридмана, работы А. Эддингтона, а также открытие астрономами сверхмассивных звездных скоплений. Было установлено, что все вещество современной Вселенной порядка 10^{10} лет назад было сосредоточено в крайне малой пространственной области. Это следует из факта расширения Вселенной и из уравнений теории относительности: задание начальных условий привело к сингулярности, вблизи которой радиус кривизны пространства может быть сколь угодно малым. Следующие из предположения о начальной сингулярности вопросы касаются причинности, объяснения локальных неоднородностей типа звездных скоплений при предположении однородности и изотропности пространства. Стало известно также, что в ходе гравитационного коллапса вещество сжимается до состояний высокой плотности, приходя в сингулярное состояние с бесконечным значением кривизны.

Открытие мощных радиоисточников обострило вопрос наличия сингулярностей, поскольку астрономы связали эволюцию звезд с величиной ее массы. Исследуя уравнение состояния массивных звезд, в 1935 г. С. Чандрасекар получил диаграмму масса-радиус, из которой следовало различие путей звездной эволюции в зависимости от массы звезды: «История жизни звезды малой массы должна существенно отличаться от истории жизни звезды большой массы. Для звезды с малой массой естественно достигаемое состояние белого карлика является первым шагом к полному угасанию. Звезда с большой массой не может превратиться в белого карлика, и для нас необходимо искать другие возможности» [15]. «В ходе своей эволюции, – писал он далее, – массивные звезды после исчерпания ядерных источников энергии должны коллапсировать до размеров порядка 10-20 км. В процессе коллапса значительная доля их массы будет возвращаться в межзвездное пространство (в “переработанном” виде). Если выброшенная доля массы такова, что остаток попадает в область масс для стабильных нейтронных звезд, возникает пульсар... Более правдоподобно, что звезда сбрасывает то слишком большую массу, то слишком малую. В таких случаях остаток не может приобрести устойчивое состояние и процесс коллапса должен продолжаться до тех пор, пока силы тяготения не возрастут настолько, что произойдет событие, которое Эддингтон счел невозможным: “гравитация окажется такой сильной, что удушит излучение”. Иными словами, должна возникнуть черная дыра» [16]. Таким

образом, Чандрасекар показал, что для достаточно массивных звезд конечного равновесного состояния не существует.

Его рассуждения проводились для сферически симметричных случаев, что представляет собой особый случай. В 1965 г. Р. Пенроуз обобщил эти рассуждения, не делая предположений о симметрии. «Отклонения от сферической симметрии не могут предотвратить возникновения пространственно-временных сингулярностей, если выполняются некоторые критические условия. Если же, как это представляется оправданным, не должно допускаться возникновения настоящих физических сингулярностей в пространстве-времени, с неизбежностью следует ожидать выполнения внутри коллапсирующего объекта по крайней мере одного из следующих условий: а) локальное появление отрицательной энергии; б) нарушения уравнения Эйнштейна; в) неполнота пространственно-временного многообразия; г) при очень больших значениях кривизны понятие пространства-времени теряет смысл – возможно, вследствие квантовых явлений» [17].

Исследуя вопрос о том, является ли состояние сингулярности необходимым свойством моделей однородного изотропного пространства, Пенроуз и Хокинг в 1970 г. показали необходимость наступления сингулярностей. Данный анализ стал возможен благодаря внедрению Пенроузом новых математических методов, таких как твисторы, спиноры и методы качественного анализа – диаграммы Картера–Пенроуза. Новые методы позволили изучать свойства уравнений ОТО, не имея их точного решения.

Необходимость существования сингулярностей следует из существования поверхности Коши для открытого множества при условии строгого выполнения причинности и условию, которое Хокинг назвал «глобальной гиперболичностью». Математически строгая причинность выражается как отсутствие замкнутых или почти замкнутых времени-подобных кривых. Условие глобальной гиперболичности предполагает наличие компактного замыкания для пересечения будущего одной точки с прошлым другой. Линии движения по инерции в искривленном пространстве называются геодезическими. В силу того, что гравитация является притягивающей силой, геодезические сближаются, что и служит причиной появления особых точек.

С.Хокинг дает следующее определение сингулярностей: «Пространство-время является сингулярным, если оно содержит непол-

ные времениподобные или нулевые геодезические, но при этом не может быть вложено в большее пространство-время» [18]. Неполнота геодезических означает, что мировые линии некоторых объектов имеют начало и конец во времени, что снова поднимает вопросы причинности, сохранения информации и роста энтропии.

Дело в том, что теоремы о существовании сингулярностей формулировались при следующих условиях: энергетическом условии, утверждающем, что плотность энергии-материи всегда неотрицательна. Описание особых точек на языке термодинамических понятий позволило Хокингу доказать возможность квантового испарения черных дыр, а также наличия у них температуры и энтропии. Поскольку последняя величина связана с понятием информации, то возникла и проблема сохранения информации. Суть этой проблемы состоит в том, что стационарная черная дыра характеризуется только тремя параметрами: массой, зарядом и моментом вращения (теорема об отсутствии волос). Коллапсирующее вещество описывается гораздо большим числом параметров, однако образующаяся черная дыра не зависит от типа втянутой материи и теряет информацию о поглощенном веществе. Можно считать, что информация заключена внутри черной дыры, но квантовое испарение, приводящее к исчезновению черных дыр, приводит и к потере заключавшейся в них информации. Данная возможность обусловлена квантовым принципом неопределенности, но, с точки зрения С.Хокинга, «эта потеря информации приводит к новому уровню неопределенности в физике, стоящей над обычной неопределенностью, связанной с квантовой теорией» [19]. Возможно, часть информации возвращается в процессе квантового испарения, но большая часть информации оказывается потерянной при коллапсе.

Одной из особенностей сингулярностей пространства-времени в ОТО является наличие гравитационной энтропии. Сингулярности указывают на то, что пространство-время имеет начало благодаря гравитации и, возможно, имеет конец. Начальные и конечные сингулярности различаются количеством информации: прошлые сингулярности содержат мало информации, а будущие – много. Поскольку с ростом информации растет и энтропия, асимметрия этих сингулярностей обеспечивает функционирование второго начала термодинамики и задает направление времени. «Поскольку происхождение второго начала может быть связано с асимметрией структуры пространственно-временной сингулярности, этим подтверждается,

что проблема измерений в квантовой теории и проблема сингулярности в ОТО взаимосвязаны» [20].

Исследования Пенроуза и Хокинга показали, что структура сингулярностей может служить основой определения направления течения времени, в то время как ранее считалось, что направление времени принимается конвекционально: «Обычно некоторое направление времени, в отношении которого звезда коллапсирует, дается как априорное для физической причинности. Причинность и объяснение строго не направлены, задача физиков объяснить или предсказать поздние стадии системы на языке ранних стадий, которые появляются перед ними. Обычно эти ранние стадии могут быть названы “начальными условиями”, начиная с которых система эволюционирует. В случае черной дыры можно найти пространственно-подобную гиперповерхность (поверхность Коши), физические условия которой определяют условия произвольной области в пространстве-времени единственным образом. Тогда можно утверждать, например, что малые отклонения от точной симметрии на этой “начальной” гиперповерхности не скрывают информации о черном теле» [21].

Понятие сингулярности как особой точки, в окрестности которой кривизна пространства и плотность материи принимают бесконечные значения, не согласуется с предположениями о гладкости пространственно-временного континуума. Как известно, в ОТО пространство-время принимается глобально однородным, что делает затруднительным описание возникновения локальных скоплений материи, таких как, например, галактики. Описание процесса образования звездных скоплений в рамках предшествующих моделей, таких как инфляционная, не решает данной проблемы. Привлечение квантовых теорий при исследовании сингулярностей в рамках теории квантовой гравитации приводит к приложению принципа неопределенности к гравитации. «В ОТО существует изначально присутствующая этой теории неопределенность энергии гравитации, что, в частности, связано с тем вкладом, который она может добавить в суперпозицию состояний. В ОТО энергия гравитации нелокальна: гравитационная потенциальная энергия дает (отрицательный) нелокальный вклад в полную энергию, и гравитационные волны могут уносить от системы (положительную) нелокальную энергию. При определенных обстоятельствах даже плоское пространство-время может давать вклад в полную энергию» [22].

Происхождение неоднородностей обусловлено квантовыми процессами на ранних стадиях развития Вселенной, добавившими элемент случайности в эволюцию однородной ранней Вселенной. Галактики формируются на основе гравитационного притяжения в областях пространства, имеющих имевшей малую флуктуацию плотности на ранней стадии развития.

Подводя предварительные итоги, отметим, что наличие сингулярностей свидетельствует о неполноте ОТО, поскольку законы физики неприменимы в областях, близких к окрестности особой точки. С. Хокинг описал эту ситуацию следующим образом: «Классическая общая теория относительности сама приводит к собственной гибели: она предсказывает, что не может предсказать Вселенную... Почему законы природы для начальной Вселенной должны отличаться от законов природы, действующих в других точках? Если все точки эквивалентны, то среди них не может быть более эквивалентных, чем остальные» [23]. Существование сингулярности является следствием законов ОТО и поднимает ряд вопросов: причинности, направления времени, гравитационной энтропии, потери информации в черных дырах, эволюции Вселенной.

(Продолжение следует)

Примечания

1. См.: Симапов А.Л., Сторожук А.Ю. Общая теория относительности: история и современные проблемы. Часть I // Философия науки. – 2009. – № 4 (43). – С. 92–103.
2. См.: Шварцшильд К. О гравитационном поле точечной массы в эйнштейновской теории // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. – М.: Мир, 1979. – С. 199–207.
3. Там же. – С. 200.
4. Там же. – С. 205.
5. Там же. – С. 207.
6. Керр Р. Гравитационное поле вращающейся массы как пример алгебраически специальной метрики // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. – С. 208–211.
7. Следует отметить, что в конце XX – начале XXI вв. эта величина сыграла совершенно неожиданную и важную роль, позволив объяснить ускоренное расширение Вселенной.
8. Эйнштейн А. Собр. науч. трудов в 4-х т. Т. I. – М.: Наука, 1965. – С. 603.
9. Там же. – С. 604.
10. Там же. – С. 607.

11. Хокинг С., Пенроуз Р. Природа пространства и времени. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. – С. 107.
12. Фок В.А. О движении конечных масс в общей теории относительности // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. – С. 234.
13. Там же. – С. 280.
14. Там же.
15. Чандрасекар С. О возрастающем значении общей теории относительности для астрономии // Эйнштейновский сборник. – С. 215.
16. Там же. – С. 218.
17. Пенроуз Р. Гравитационный коллапс и пространственно-временные сингулярности // Альберт Эйнштейн и теория гравитации. – С. 391.
18. Хокинг С., Пенроуз Р. Природа пространства и времени. – С. 23.
19. Там же. – С. 52.
20. Там же. – С. 81.
21. Clarke C.J.S. Time in General Relativity // Minnesota Studies in the Philosophy of Science. – 1997. – V. VIII: Foundations of Space-Time Theory. – Minneapolis: Univ. of Minnesota Press. – P. 98.
22. Хокинг С., Пенроуз Р. Природа пространства и времени. – С. 87.
23. Там же. – С. 90.

Дата поступления 03.03.2010

Институт философии и права
СО РАН, г. Новосибирск
simanov@philosophy.nsc.ru
storozhuk@philosophy.nsc.ru

Simanov, A.L. and A.Yu. Storozhuk. The general relativity: its history and modern problems. Part II

The paper deals with philosophical-methodological analysis of the modern situation in study of the space-time structure. Its second part discusses the development of mathematical apparatus of the gravitation theory and cosmology as well as the problem of singularity.

Keywords: relativity theory, cosmology, gravitation theory, space-time, foundation of theory, experiment